سوالات کنکور سراسری ۹۹

ریاضی رشته تجربی

● داخل کشور

۱۲۶. حاصل عبارت $\frac{\sqrt{۸}+\sqrt{۲۷}}{۵-\sqrt{۶}}-۲\sqrt[۴]{(۹)(-۱)^{-۱}}$ کدام است؟

۱) $۱+\sqrt{۳}$ ۲) $-۱+\sqrt{۲}$ ۳) $۱-\sqrt{۲}$ ۴) $\sqrt{۲}-۲\sqrt{۳}$

۱۲۷. اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته بندی می‌کنیم که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی $\{۱\},\{۲,۳,۴\},...$ در دسته نهم، واسطهٔ حسابی بین دو عدد اول و آخر آن، کدام است؟

۱) ۷! ۲) ۷۲ ۳) ۷۳ ۴) ۷۴

۱۲۸. فرض کنید چند جمله‌ای $p(x)$ بر $x^۲-۱$، بخش‌پذیر باشد، اگر $Q(x)=p(x-۱)+p(۱-x)$، آنگاه حاصل تقسیم $Q(x)$ بر $x-۲$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) ۲

۱۲۹. معادلهٔ درجهٔ دوم $۳x^۲+(۲m-۱)x+۲-m=۰$ دارای دو ریشهٔ‌حقیقی است. اگر مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار m کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۲}$ ۲) ۳ ۳) -۱ ۴) $-\frac{۵}{۲}$

۱۳۰. مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $۱<\frac{x+۱}{۲x-۱}<۳$، کدام است؟

۱) $(۰/۶,۱/۵)$ ۲) $(۰/۸,۱/۲)$ ۳) $(۱,۲)$ ۴) $(۰/۸,۲)$

۱۳۱. فرض کنید نقاط $(-۲,۵)$، $(۰,۵)$ و $(۱,۱۱)$، بر سهمی $y=ax^۲+bx+c$ واقع باشند، این سهمی، از کدام‌یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

۱) $(-۱,۳)$ ۲) $(-۱,۴)$ ۳) $(۲,۹)$ ۴) $(۲,۱۵)$

۱۳۲. نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=\sqrt{x}$ را در امتداد محور xها، ۱۲ واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محور yها، ۲ واحد در جهت مثبت، انتقال می‌دهیم، فاصله نقطهٔ برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f، از مبدا مختصات، کدام است؟

۱) $۴\sqrt{۱۵}$ ۲) $۶\sqrt{۷}$ ۳) $۴\sqrt{۱۷}$ ۴) $۶\sqrt{۱۰}$

۱۳۳. در بازهٔ (a,b)، نمودار تابع با ضابطهٔ $y=|۲x^۲-۴|$ در زیر خط $y=۲x$ واقع است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۴. اگر $f(x)=۲x-|۲x|, g(x)=-x^۲+۴x$ باشند، بُرد تابع gof، کدام است؟

۱) $[۰,۲)$ ۲) $[۰,۳)$ ۳) $[۰,۴)$ ۴) $[۱,۴)$

۱۳۵. اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x)=x+\sqrt{x}$ باشد، مقدار $g(۱۲)+g(۶)$، کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

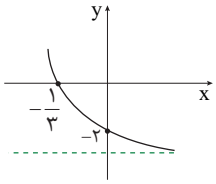
۱۳۶. تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x-\frac{۲}{x}$ در دامنهٔ $D_f=(-\infty,۰)$ را در نظر بگیرید، نمودار تابع $f^{-۱}$ نیمساز ناحیهٔ چهارم را با کدام طول،قطع می‌کند؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

۱۳۷. اگر $\log_۴ ۳=۰/۸$ باشد، مقدار $\log_{۱۲} ۶$، کدام است؟

۱) $\frac{۱۳}{۱۸}$ ۲) $\frac{۸}{۱۱}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۷}{۹}$

۱۳۸. شکل زیر، نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x) = -۴ + ۲^{ax+b}$ است. $f = (\frac{۵}{۲})$ ، کدام است؟



۱) ۵۴ ۲) ۶۰
۳) ۴۸ ۴) ۳۸

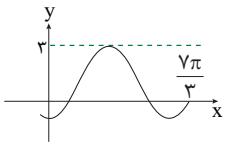
۱۳۹. فرض کنید در دامنهٔ $[۰,+\infty)$ ، تابع با ضابطهٔ $f(x) = \frac{۲^x + (\frac{۱}{۲})^x}{۲}$ مفروض باشد $f^{-1}(۲)$ ، کدام است؟

۱) $\log_۲(۲-\sqrt{۳})$ ۲) $\log_۲(\sqrt{۳}-۱)$ ۳) $\log_۲(۱+\sqrt{۳})$ ۴) $\log_۲(۲+\sqrt{۳})$

۱۴۰. حاصل عبارت $\tan(۳۰۰)\cos(۲۱۰)+\tan(۴۸۰)\sin(۸۴۰)$ ، کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند)

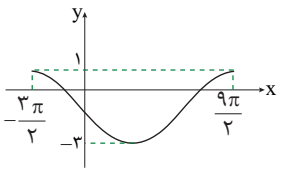
۱) $-\frac{۱}{۲}$ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) ۲

۱۴۱. شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطهٔ $y = a + b\sin(\frac{\pi}{۲}+x)$ است. مقدار b، کدام است؟



۱) ۲ ۲) ۱
۳) -۱ ۴) -۲

۱۴۲. شکل زیر، نمودار تابع $y = a\sin(bx)+x$ را در یک بازهٔ تناوب، نشان می‌دهد. نسبت $\frac{a}{b}$ ، کدام سات؟



۱) -۲
۲) -۳
۳) -۴
۴) -۶

۱۴۳. جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin(۲x-\frac{\pi}{۴}) = \cos(x+\frac{\pi}{۴})$ ، با شرط $x \neq k\pi$ ، که در آن k یک عدد صحیح است، کدام است؟

۱) $\frac{k\pi}{۳}$ ۲) $\frac{۲k\pi}{۳}$ ۳) $\frac{۲k\pi}{۳}-\frac{\pi}{۶}$ ۴) $\frac{۲k\pi}{۳}+\frac{\pi}{۶}$

۱۴۴. حاصل $\lim\limits_{x\to ۲^-}\frac{[x]+۳}{x+۲}$ ، کدام است؟

۱) $-\infty$ ۲) -۱ ۳) صفر ۴) ۱

۱۴۵. تابع با ضابطهٔ $f(x) = \frac{ax-\sqrt[۳]{x^۲-۱}}{۴x^n-۱۲}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \frac{۱}{۶}$ باشد، آنگاه $\lim\limits_{x\to ۳} f(x)$ ، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲۴}$ ۲) $\frac{۱}{۱۸}$ ۳) $\frac{۱}{۱۲}$ ۴) $\frac{۵}{۳۶}$

۱۴۶. تابع با ضابطهٔ $f(x) = \begin{cases} \sqrt{۵-۲x} & ;x \le -۲ \\ -\frac{۱}{۲}x^۲+bx+c & ;x > -۲ \end{cases}$ ، در $x=-۲$ ، مشتق‌پذیر است. مقدار c کدام است؟

۱) $-\frac{۲}{۳}$ ۲) $-\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۴۷. مشتق تابع با ضابطهٔ $f(x) = \left(\frac{\sqrt[۳]{x^۲+۲x}}{x^۲-x}\right)^۳$ ، در نقطه $x=۲$ ، کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۴}$ ۲) $-\frac{۵}{۴}$ ۳) $-\frac{۵}{۲}$ ۴) $-\frac{۱۵}{۴}$

۱۴۸. فاصلهٔ نقطهٔ ماکسیمم نسبی تابع با ضابطهٔ $f(x) = x+\sqrt{۴x-x^۲}$ ، از نیمساز ناحیهٔ اول کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) ۲ ۴) $۲\sqrt{۲}$

۱۴۹. از بین مثلث‌های قائم‌الزاویه با اندازهٔ وتر ۱۰ واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیشترین باشد؟

۱) $\frac{۲}{۱}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۱}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۱}$

۱۵۰. به چند طریق می‌توان ۵ نفر از ۹ دوست صمیمی خود را به مهمانی دعوت کرد، به طوری که دو نفر آنان نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند؟

۱) ۸۴ ۲) ۸۷ ۳) ۹۱ ۴) ۹۵

۱۵۱. پنج کتاب زبان فارسی و ۳ کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده‌اند، با کدام احتمال کتاب‌های هم زبان، کنار هم قرار می‌گیرند؟

۱) $\frac{۱}{۱۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲۱}$ ۳) $\frac{۱}{۲۸}$ ۴) $\frac{۱}{۵۶}$

۱۵۲. ضریب تغییرات داده‌های آماری به صورت جدول زیر، کدام است؟

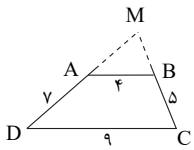
داده	۱۰،۱۰،۱۰،۱۰،۱۰،۱۰، ۱۱،۱۱،۱۱،۱۱، ۱۴، ۱۴،۱۴، ۱۴، ۱۴، ۱۴

۱) ۰/۱۲ ۲) ۰/۱۵ ۳) ۰/۱۷ ۴) ۰/۱۸

۱۵۳. مثلثی با رأس‌های $A(1,5), B(7,3), C(2,-2)$ ، مفروض است، اندازهٔ ارتفاع AH در مثلث ABC، کدام است؟

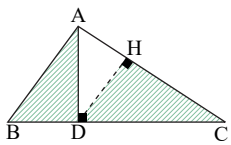
۱) ۴ ۲) $۳\sqrt{۲}$ ۳) ۵ ۴) $۴\sqrt{۲}$

۱۵۴. اندازهٔ اضلاع متوازی الاضلاع ABCD مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB، کدام است؟



۱) ۱۳/۲
۲) ۱۳/۶
۳) ۱۴/۴
۴) ۱۴/۸

۱۵۵. در مثلث قائم الزاویهٔ ABC، طول اضلاع قائم $AC = ۲, AB = \sqrt{۳}$ است نسبت مساحت دو مثلث قائم الزاویه ABD,HCD، کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۷}$ ۲) $\frac{۴}{۷}$ ۳) $\frac{۱۶}{۲۱}$ ۴) $\frac{۸}{۹}$

● خارج از کشور

۱۲۶. حاصل عبارت $\frac{\sqrt{۲۷}-۱}{۴+\sqrt{۳}}+(۲-\sqrt{۳})^{-۱}$ ، کدام است؟

۱) $۱+۲\sqrt{۳}$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) $۱+\sqrt{۳}$ ۴) ۱

۱۲۷. جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنبالهٔ حسابی، جملات متوالی یک دنبالهٔ هندسی، هستند. قدر نسبت دنبالهٔ هندسی، کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۹}{۴}$

۱۲۸. فرض کنید باقی‌ماندهٔ تقسیم چند جمله‌ای $P(x)$ بر $x-۴$ و $x+۲$ ، به ترتیب ۳ و ۱ باشند، باقی‌ماندهٔ تقسیم $p(x^۲)+۴p(-x)$ بر $x-۲$ ، کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۱ ۳) ۰ ۴) -۱

۱۲۹. معادلهٔ درجهٔ دوم $۲x^۲+mx+m+۶=۰$ دارای دو ریشهٔ مثبت است. بازهٔ مقادیر m، کدام است؟

۱) $(-۴,۰)$ ۲) $(-۴,-۲)$ ۳) $(-۶,۰)$ ۴) $(-۶,-۴)$

۱۳۰. مجموعه جواب نامعادلهٔ $\frac{۲x-۱}{x+۱}<۳<-۱$ ، کدام است؟

۱) $(۰,+\infty)$ ۲) $(۴,+\infty)$ ۳) $\mathbb{R}-[-۴,۰]$ ۴) $\mathbb{R}-[-۴,-۱]$

۱۳۱. فرض کنید $A(-۱,۹)$ رأس سهمی $y=ax^۲+bx+c$ گذرا بر نقطهٔ $(۳,۱)$ باشد. این سهمی از کدام یک از نقاط زیر، می‌گذرد؟

۱) $(۵,-۷)$ ۲) $(۵,-۹)$ ۳) $(۲,۵)$ ۴) $(۱,۵)$

۱۳۲. نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=x^۲-۲x;(x>۱)$ ، مفروض است. قرینهٔ نمودار آن نسبت به محور x ها را، ۱۶ واحد در امتداد محور y ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم، فاصلهٔ نقطهٔ برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

۱) $۴\sqrt{۵}$ ۲) $۶\sqrt{۲}$ ۳) $۵\sqrt{۲}$ ۴) $۲\sqrt{۵}$

۱۳۳. در بازهٔ (a,b) ، نمودار تابع $y=(x-۱)^۲$ بالاتر از نمودار تابع $y=۴x^۴$ است. بیش‌ترین مقدار $b-a$ ، کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۵}{۲}$

۱۳۴. اگر $f(x)=[x]-x$ و $g(x)=\frac{۱-۲x}{x+۱}$ باشند، برد تابع gof، کدام است؟

۱) $[-۱,۱)$ ۲) $(-۱,۱]$ ۳) $[۱,+\infty)$ ۴) $(-\infty,۱]$

۱۳۵. فرض کنید $g(x)$ وارون تابع $f(x)=x+۲\sqrt{x}$ باشد. حاصل $g(۱۵)+g(۳)$ ، کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۱ ۳) ۱۰ ۴) ۸

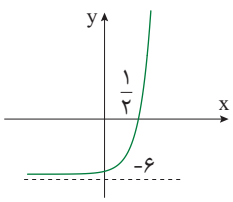
۱۳۶. تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x-\frac{۱}{۲x}$ بر دامنهٔ $(۰,+\infty)$ مفروض است. نمودار تابع $f^{-۱}$ نیمساز ناحیهٔ دوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) $-\frac{۳}{۴}$ ۳) -۱ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

۱۳۷. اگر $\log_{۳}۲=\frac{۵}{۸}$ باشد، آنگاه $\log_{۱۸}۸$ ، کدام است؟

۱) $\frac{۱۵}{۲۲}$ ۲) $\frac{۵}{۷}$ ۳) $\frac{۸}{۱۱}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۱۳۸. شکل زیر، نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=(\frac{۱}{۳})^{ax+b}-۹=-۹$ است. $f(۲)$ ، کدام است؟



۱) ۲۳۴
۲) ۱۰۸
۳) ۷۲
۴) ۱۸

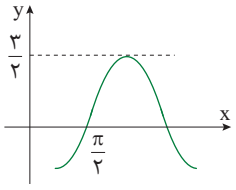
۱۳۹. تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{۲^x-(\frac{۱}{۲})^x}{۲}$ را در نظر بگیرید. $f^{-۱}(۲)$ ، کدام است؟

۱) $\log_{۲}(-۱+\sqrt{۵})$ ۲) $\log_{۲}(۱+\sqrt{۵})$ ۳) $\log_{۲}(۲+\sqrt{۵})$ ۴) $\log_{۲}(۳+\sqrt{۵})$

۱۴۰. حاصل عبارت $\sin(۲۵۵)\cos(۱۰۹۵)-\tan(-۱۶۵)\tan(۲۸۵)$ ، کدام است؟ (اعداد داده شده برحسب درجه هستند.)

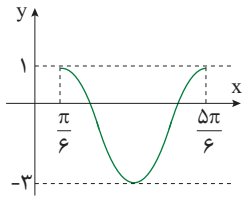
۱) $\sin^۲(۱۵)$ ۲) $\cos^۲(۱۵)$ ۳) $-\sin^۲(۱۵)$ ۴) $-\cos^۲(۱۵)$

۱۴۱. شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطهٔ $y=a+b\sin(x+\frac{\pi}{۳})$ است. مقدار a، کدام است؟



۱) -۱
۲) $-\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) ۱

۱۴۲. شکل زیر، نمودار تابع $y=a\sin(bx)+c$ ، در یک بازهٔ تناوب است. مقادیر b و c، کدام‌اند؟



۱) $b=۳,c=-۱$
۲) $b=۳,c=-۲$
۳) $b=\frac{۳}{۲},c=-۲$
۴) $b=\frac{۳}{۲},c=-۱$

۱۴۳. تعداد جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $۴\sin(۳x)\cos(۳x)=۱$ ، در بازهٔ $[۰,\frac{\pi}{۲}]$ ، کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۴۴. به ازای کدام مقدار a، تابع با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}\frac{۲\sin^۲x-\sin x-۱}{\cos^۲x} & ;\ x\neq\frac{\pi}{۲}\\ a & ;\ x=\frac{\pi}{۲}\end{cases}$ ، در $x=\frac{\pi}{۲}$ ، پیوسته است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۱/۵

۱۴۵. تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{۴x^n-۶x^۲+۱}{ax^۳+۷x^۲-۲}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=۲$ باشد، آنگاه $\lim\limits_{x\to\frac{۱}{۲}}f(x)$ ، کدام است؟

۱) $-\frac{۴}{۱۷}$ ۲) $-\frac{۶}{۱۷}$ ۳) $-\frac{۵}{۱۲}$ ۴) $-\frac{۶}{۱۱}$

۱۴۶. خط مماس بر نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های $f(x)=\frac{x+۲}{x-۱}$ و $g(x)=ax^۲+bx$ ، در نقطهٔ $x=۲$ مشترک‌اند. مقدار b، کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۱۴۷. مقدار مشتق تابع با ضابطهٔ $f(x)=\sqrt[۳]{\left(\frac{۲x-x^۲}{۳x+۵}\right)^۲}$ ، در نقطهٔ $x=-۲$ ، کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۴۸. مقدار ماکسیمم نسبی تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{x^۲+۲x-۳}{x^۲+۱}$ ، کدام است؟

۱) $-۱+\sqrt{۵}$ ۲) $۱+\sqrt{۵}$ ۳) $-۱+\sqrt{۳}$ ۴) $۱+\sqrt{۳}$

۱۴۹. کوتاه‌ترین فاصلهٔ نقطه $A(۵,۰)$ از نقاط منحنی به معادلهٔ $y=\sqrt{۲x+۷}$ ، کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۴/۵ ۳) ۵ ۴) $۳\sqrt{۲}$

۱۵۰. به چند طریق می‌توان ۵ کتاب متمایز را بین ۳ نفر توزیع کرد، به شرط آنکه هر نفر حداقل یک کتاب، دریافت کند؟

۱) ۱۰۵ ۲) ۱۲۵ ۳) ۱۳۵ ۴) ۱۵۰

۱۵۱. ۱۰ نفر در یک صف ایستاده‌اند. با کدام احتمال دو فرد مورد نظر از آن‌ها، در کنار هم نیستند؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $\frac{۹}{۱۰}$

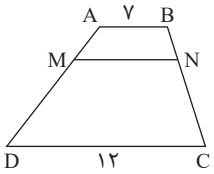
۱۵۲. داده‌های آماری ۵، ۷، ۸، ۸، ۸، ۱۰ و ۱۰ مفروض‌اند. ضریب تغییرات داده‌ها، کدام است؟ $\left(\sqrt{\frac{۲}{۷}} \cong ۰/۵۳۴\right)$

۱) ۰/۱۵ ۲) ۰/۲۰ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۲/۳۰

۱۵۳. اضلاع مثلثی، منطبق بر سه خط به معادلات $y + ۲x = ۱۶$ ، $۲y - x = ۲$ و $y = ۰$ هستند. اندازهٔ میانهٔ نظیر ضلع افقی این مثلث، در صفحهٔ مختصات کدام است؟

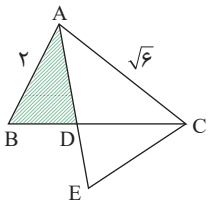
۱) $۲\sqrt{۵}$ ۲) ۵ ۳) $۳\sqrt{۳}$ ۴) ۶

۱۵۴. در دوزنقهٔ ABCD، پاره‌خط MN موازی قاعده‌ها و $\frac{MA}{MD} = \frac{۲}{۳}$ است. اندازهٔ MN، کدام است؟



۱) ۸
۲) ۸/۷۵
۳) ۹
۴) ۹/۵

۱۵۵. در شکل زیر، AD نیمساز زاویهٔ A و $CE = CD$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و ACE، کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

پاسخنامه سوالات کنکور سراسری ۹۹

ریاضی رشته تجربی

● داخل کشور

۱۲۶. گزینه‌ی ۲

$$\frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}}=\frac{(2\sqrt{2}+3\sqrt{3})}{(5-\sqrt{6})}=\frac{(5+\sqrt{6})}{(5+\sqrt{6})}=\frac{10\sqrt{2}+4\sqrt{3}+15\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{25-6=19}=\frac{19\sqrt{3}+19\sqrt{2}}{19}=\frac{19(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{19}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$$

$$(\sqrt[4]{9}-1)^{-1}=(\sqrt{3}-1)^{-1}=(\frac{1}{\sqrt{3}-1})(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1})=\frac{\sqrt{3}+1}{3-1}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}=\frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}}-2(\sqrt[4]{9}-1)^{-1}=(\sqrt{3}+\sqrt{2})-6(\frac{\sqrt{3}+1}{4})=\sqrt{2}-1$$

۱۲۷. گزینه‌ی ۳

$\{1\},\{3,3,4\},\{5,6,7,8,9\}$

جمله آخر هر دسته = سه ده دسته به توان ۲

$$\left.\begin{array}{l}\text{جمله آخر دسته هشتم}=8^2=64\\ \text{جمله آخر دسته نهم}=9^2=81\end{array}\right\}\text{واسطه حسابی}=\frac{64+81}{2}=\frac{146}{2}=73$$

۱۲۸. گزینه‌ی ۲

$$P(1)=P(-1)=0$$
$$R=Q(2)=P(1)+P(-1)=0+0=0$$

۱۲۹. گزینه‌ی ۱

$$3x^2+(2m+1)x+(2-m)=0$$

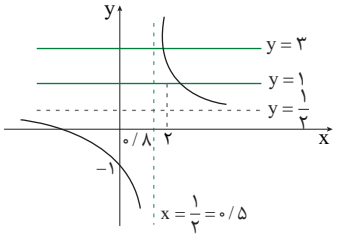
$$\Delta>0 (2m+1)^2-4(2-m)>0$$

$$x'+x''=\frac{1}{x'x''}$$

$$s=\frac{1}{P=\frac{c}{a}}\rightarrow\frac{-b}{a}=\frac{a}{c}\Rightarrow a^2=-bc\Rightarrow 9=-(2m+1)(2-m)\Rightarrow 9=(2m+1)(m-2)\Rightarrow 2m^2-5m+2=9$$

$$\underbrace{2m^2-5m-7}_{a+c=b}=0\begin{cases}m=-1\rightarrow\Delta<0 & \text{غ ق ق}\\ \boxed{m=\frac{7}{2}}\end{cases}$$

۱۳۰. گزینه‌ی ۴



راه ترسیم:

$$1<y=\frac{x+1}{2x-1}<3$$

$$\frac{x+1}{2x-1}=1\rightarrow x+1=2x-1\Rightarrow\boxed{2=x}$$

$$\frac{x+1}{2x-1}=3\rightarrow x+1=6x-3\Rightarrow 4=5x\Rightarrow x=\frac{4}{5}=\frac{8}{10}=0/8$$

راه جبری:

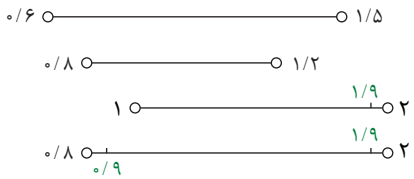
$$1<\frac{x+1}{2x-1}<3\xrightarrow{-3}-1<\frac{x+1}{2x-1}-2<1\rightarrow|\frac{x+1}{2x-1}-2|<1\Rightarrow|\frac{-3x+3}{2x-1}|<1$$

$$|-3x+3|<|2x-1|^2\xrightarrow{\text{به توان دو}}9x^2+18x+9<4x^2-4x+1\Rightarrow 5x^2-14x+8<0\Rightarrow(x-2)(5x-4)<0$$

x		$\frac{4}{5}$		2
$(x-2)(5x-4)<0$	$+$	0	$-$	0 $+$

$$\Rightarrow 0/8=\frac{4}{5}<x<2$$

راه کنترل گزینه:



$x = ۱/۹ \to ۱ < \frac{۱/۹+۱=۲/۹}{۲(۱/۹)-۱=۲/۸} = \frac{۲۹}{۲۸}$

$\frac{۲۹}{۲۸}$ کسر بزرگ‌تر از واحد ودر نامساوی صادقه لذا یا گزینه ۳ یا گزینه ۴

$x = ۰/۹ \; ۱ < \frac{۰/۹+۱}{۲(۰/۹)-۱} = \frac{۱/۹}{۰/۸} = \frac{۱۹}{۸} = ۲/۰۰۰ < ۳$

$x = ۰/۹$ هم نامساوی را برقرار می کند لذا گزینه ۴ صحیح است.

۱۳۱. گزینه ۱

$y = ax^۲ + bc + c$

$B\left|\begin{matrix}۰\\۵\end{matrix}\right. \in y \to ۵ = ۰ + ۹ + c \to \boxed{c = ۵}$

$C\left|\begin{matrix}۱\\۱۱\end{matrix}\right. \; ۱۱ = a + b + ۵ \to a + b = ۶$

$A\left|\begin{matrix}-۲\\۵\end{matrix}\right. \quad ۴a - ۲b + c \quad \begin{cases} a + b = ۶ \\ a + ۲a = ۶ \end{cases}$

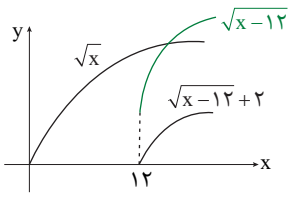
$۴a = ۲b \boxed{۲a = b} \qquad \boxed{a = ۲} \; \boxed{b = ۴}$

$y = ax^۲ + bx + c$

$D\left|\begin{matrix}-۱\\۳\end{matrix}\right. \; y = ۲x^۲ + ۴x + ۵$

$۳ = ۲(-۱)^۲ + ۴(۱) + ۵$

۱۳۲. گزینه ۳

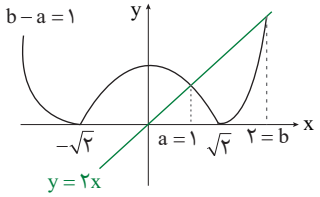


$\sqrt{x} = \sqrt{x-۱۲} + ۳ \longrightarrow x = ۱۶ \Rightarrow \sqrt{۱۶} = \sqrt{۱۶-۱۲=۴} + ۲ \Rightarrow ۴ = ۲ + ۲$

$A(۱۶ \;,\; ۴)$ ($\sqrt{x}$)

$oA = \sqrt{(۱۶)^۲ + (۴)^۲ = ۲^۸ + ۲^۴ = ۲^۴(۲^۴ + ۱)} \Rightarrow OA = ۴\sqrt{۱۷}$

۱۳۳. گزینه ۱



راه ترسیم:

$y = \left|۲x^۲ - ۴\right| \Rightarrow ۲x^۲ - ۴ = ۰ \Rightarrow x^۲ = ۲ \Rightarrow x = \pm\sqrt{۲}$

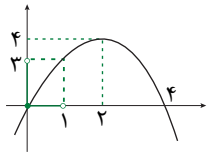
راه جدید:

a حوالی : $-۲x^۲ + ۴x = ۲x \Rightarrow x^۲ + x - ۲ = ۰ \begin{cases} x = ۱ = a \; ✓ \\ x = -۲ \quad ✗ \end{cases}$

b حوالی : $۲x^۲ - ۴ = ۲x \Rightarrow ۲x^۲ - ۲x - ۴ = ۰ \Rightarrow x^۲ - x - ۲ = ۰ \begin{cases} x = -۱ \quad ✗ \\ x = ۲ = b \; ✓ \end{cases}$

$(a^۱, b^۲) \to b - a = ۱$

۱۳۴. گزینه ۲



$$0 \le f(x) = 2x - [2x] < 1$$
$$U - [U]$$
$$g(x) = -x^2 + 4x = -x(x-4)$$
$$0 \le g(\underbrace{0 \le f(x) < 1}_{\text{gهای x}}) < 3$$

۱۳۵. گزینه ۳

G وارون f است ورودی g خروجی f است

$$f(x) = x + \sqrt{x}$$
$$6 = x + \sqrt{x} \to x = 4$$
$$12 = x + \sqrt{x} \to x = 9$$
$$g(6) + g(12) = 4 + 9 = 13$$

۱۳۶. گزینه ۲

$$f(x) = x - \frac{2}{x} \quad x < 0$$

محل برخورد f^{-1} با $y = -x$ مختصاتی به صورت $A'(\alpha, -\alpha)$ دارد چون روی $y = -x$ است.

$$A'\begin{vmatrix}\alpha\\-\alpha\end{vmatrix} \in f^{-1} \to A\begin{vmatrix}-\alpha\\\alpha\end{vmatrix} \in f$$
$$f(-\alpha) = -\alpha - \frac{2}{(-\alpha)} = \alpha \Rightarrow -\alpha + \frac{2}{\alpha} = \alpha \Rightarrow \frac{2}{\alpha} = 2\alpha \Rightarrow 1 = \alpha^2 \Rightarrow \alpha = \pm 1 \xrightarrow{\text{در ربع چهارم } x<0} \alpha = 1 \Rightarrow x = 0$$

۱۳۷. گزینه ۱

$$\log_4^3 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \xrightarrow{\text{تغییرمبنا}} \frac{\log^3}{\log 4^2 = 2\log^2} = \frac{4}{5} \Rightarrow 5\log 3 = 8\log 2 \to \boxed{\log^3 = \frac{8}{5}\log^2}$$

$$\log_{12}^6 \xrightarrow{\text{تغییرمبنا}} \frac{\log(6 = 2\times 3)}{\log(12 = 3\times 4)} = \frac{\log 2 + \log 3}{\log 3 + \log 4} \xrightarrow{\text{بر حسب } \log 2} \frac{\log 2 + \frac{8}{5}\log 2}{\frac{8}{5}\log 2 + 2\log 2} \xrightarrow{\text{صورت‌ومخرج } \div \log 2} \frac{1 + \frac{8}{5}}{\frac{8}{b} + 2} = \frac{\frac{13}{5}}{\frac{18}{5}} = \boxed{\frac{13}{18}}$$

۱۳۸. گزینه ۲

$$f(x) = -4 + 2^{ax+b} \Rightarrow f(0) = -4 + 2b = -2 \to 2^b = 2 \Rightarrow b = 1$$
$$f(-\frac{1}{3}) = -4 + 2^{-\frac{a}{3}+1} \Rightarrow 2^{-\frac{a}{3}+1} = 4 = 2^2 \Rightarrow -\frac{a}{3} + 1 = 2 \Rightarrow -\frac{a}{3} = 1 \Rightarrow a = -3$$
$$f(x) = -4 + 2^{-3x+1} \Rightarrow f(\frac{-5}{3}) = -4 + 2^{-3(-\frac{5}{3})+1} = -4 + 2^6 \Rightarrow f(-\frac{5}{3}) = -4 + 64 = 60$$

۱۳۹. گزینه ۴

$$2^x = t \to (\frac{1}{2})^x = \frac{1}{2^x} = \frac{1}{t} \Rightarrow t + \frac{1}{t} = 4 \to t^2 - 4t - 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$$
$$\begin{cases} 2^x = 2 + \sqrt{3} \xrightarrow{\log_2^5 \text{ از ۲طرف}} x = \log_3^{2+\sqrt{3}} = 1/000 \\ 2^x = 2 - \sqrt{3} \longrightarrow x = \log_2^{2=\sqrt{3}=0/3} < 0 \end{cases}$$
$$x \ge 0 \to y = 2^x \qquad \begin{cases} y = 2^x \ge 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

لذا: $x = \log_2^{2+\sqrt{3}}$

۱۴۰. گزینه‌ی ۲

$\tan(300 = 360^{2\pi} - 60) = \tan(-60) = -\sqrt{3}$

$\cos(210 = 180^{\pi} + 30) = -\cos 30 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\xrightarrow{\text{ضرب}}$ A

$\cos(480 = 360^{2\pi} + 120) = \tan 120 = -\sqrt{3}$

$\sin(\pi 40 = 720 + 120) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\xrightarrow{\text{ضرب}}$ B

$A + B = 0$

۱۴۱. گزینه‌ی ۴

$y = a + b\sin(\frac{\pi}{2} + x) \Rightarrow y = a + b\cos x \Rightarrow y_{max} = \alpha + |b| = 3$

لذا $b < 0$ نمودار $y = a + b\cos x$ در $x > 0$ صعودی است

$\boxed{a - b = 3}$

$f(\frac{\sqrt{3}}{3}) = a + b\cos(\frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{65}{3} + \frac{\pi}{3}) \Rightarrow a + \frac{b}{2} = 0 \rightarrow \boxed{b = -2a}$

$\begin{cases} a - b = 3 \\ a - (-2a|) = 3a = 3 \rightarrow a = 1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{b = -3(a = 1) = -2}$

۱۴۲. گزینه‌ی ۴

$T = \frac{9\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = 6\pi \Rightarrow T = \frac{3\sqrt{1}}{|b|} = 6\pi \rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm\frac{1}{3}$

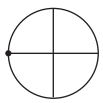
$|a| = \frac{\max - \min}{2} = 2 \Rightarrow a = \pm 2$

$ab < 0 \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{-\frac{1}{3}} = -6$

۱۴۳. گزینه‌ی ۴

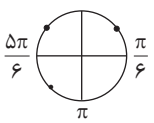
$\sin(2\pi - \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{2} - 2x + \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \cos(2x - \frac{3\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\cos}{4}) \Rightarrow \cos v = \cos\alpha \Rightarrow v = 3k\pi \pm \alpha$

$\begin{cases} 2x - \frac{3\pi}{4} = 2k\pi + x = \frac{\pi}{4} \\ 2x = \frac{3\pi}{4} = 2k\pi - x - \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = 2k\pi + \pi$ غ‌ق‌ق



مسئله گفته $x \neq k\pi$

$3x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$



۱۴۴. گزینه‌ی ۳

$\lim_{x \to (-2)^-} \frac{[x] + 3}{x + 2} = \frac{-3 + 3}{a^-} = \frac{\text{صفر مطلق}}{\text{صفر نسبی که در حکم یک عدد صفر است}} = 0$

۱۴۵. گزینه‌ی ۱

$\lim_{x \to \infty} \frac{ax}{4x^n} = \frac{1}{6} \rightarrow n = 1 \Rightarrow \lim_{x \to 3} = \frac{\frac{2}{3}x - \sqrt[3]{x^2 - 1}}{4x - 12} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \to 3} \frac{\frac{2}{3} - \frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2 - 2)^2}}}{4} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{6}{12}}{4} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}{4} = \frac{\frac{1}{6}}{4} = \frac{1}{24}$

۱۴۶. گزینه‌ی ۳

شرط پیوستگی:

$\sqrt{9} = 3 = -2 - 2b + c \Rightarrow c - 2b = 5$

شرط مشتق‌پذیری:

$$f'_+(-۲)=f'_-(-۲)$$

$$\frac{+\cancel{۲}}{\cancel{۲}\sqrt{۵-۲x}}\neq\frac{۱}{۳}\to ۲+b=-\frac{۱}{۳}\Rightarrow b=-\frac{۷}{۳}$$

$$f'_+(-۲)=-x+b=۲+b\Rightarrow -۲(-\frac{۷}{۳})+c=۵\Rightarrow c=۵-\frac{۱۴}{۳}=\frac{۱}{۳}$$

۱۴۷. گزینه ۴

$$f(x)=(\frac{\sqrt[۳]{x^۲+۲x}}{x^۲-x})^۲=\frac{x^۲+۲x}{(x^۲-x)^۳}\Rightarrow f'(x)=\frac{(۲x+۲)(x^۲-x)^۳-۳(۲x-۱)(x^۲-x)^۳(x^۲+۲x)}{(x^۲-x)}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{(۲x+۳)}{(x^۲-x)^۳}-\frac{۳(۲x-۰۱)(x^۲+۲x)}{(x^۲-x)^۴}\Rightarrow f'(۲)=\frac{۶}{۸}-\frac{۳(۳)(\cancel{۸-۲^۳})}{\cancel{۲^۴}۲}=\frac{۳}{۴}-\frac{۹}{۲}=\frac{۳-۱۸}{۴}=-\frac{۱۵}{۴}$$

۱۴۸. گزینه ۱

$$f(x)=x+\sqrt{۴x-x^۲}$$

$$D_f=[۰,۴]$$

$$f'(x)=۱+\frac{۴-۲x}{۲\sqrt{۴x-x^۲}}=۱+\frac{۲(۲-x)}{۲\sqrt{۴x-x^۲}}\Rightarrow f'(x)=۱+\frac{۲-x}{\sqrt{۴x-x^۲}}=۰\Rightarrow\frac{۲-x}{\sqrt{۴x-x^۲}}=-۱\xrightarrow{x-۱}\frac{x-۲}{\sqrt{۴x-y^۲}}=۱\xrightarrow{\text{به‌توان ۲}}\frac{x^۲-۴x+۴}{۴x-x^۲}=۲$$

$$x^۲-۴x+۴=۴x-x^۲\Rightarrow ۶x^۲-۸x+۴=۰\Rightarrow x^۲-۴x+۲=۰\Rightarrow x=\frac{۴\pm\sqrt{۱۶-۸}}{۲}=\frac{۴\pm۲\sqrt{۲}}{۲}=۲\pm\sqrt{۲}$$

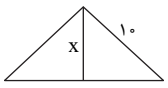
$x=۲۰\sqrt{۲}$ در معادله $y'=۰$ صادق است لذا طول اکسترمم $x=۲+\sqrt{۲}$ است.

$$f(x)=x+\sqrt{۴x-x^۲}\Rightarrow f(x)=x+\sqrt{-(x^۲-۴x=(x-۲)^۲-۴}\Rightarrow f(۲+\sqrt{۲})=۲+\sqrt{۲}+\sqrt{-(\cancel{۲}+\sqrt{۲}-۲)^۲-۴}=۲+\sqrt{۲}+\sqrt{۲}$$

$$A(۲+\sqrt{۲},۲+۲\sqrt{۲})$$

$$y-x=۰\Rightarrow d=\frac{|۲+۲\sqrt{۲}-(۲+\sqrt{۲})}{\sqrt{۲}}\Rightarrow d=\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱$$

۱۴۹. گزینه ۴



$$x^۲+y^۲=۱۰۰\Rightarrow y^۲=۱۰۰-x^۲$$

$$V_{\text{مخروط}}=\frac{۱}{۳}\pi y^۲x=\frac{۱}{۳}\pi(۱۰۰-x^۲)x=\frac{\pi}{۳}(۱۰۰x-x^۳)$$

$$V'=۱۰۰-۳x^۲=۰\Rightarrow x^۲=\frac{۱۰۰}{۲}$$

$$y^۲=۱۰۰-\frac{۱۰۰}{۳}=\frac{۲۰۰}{۳}$$

$$\frac{x}{y}=\sqrt{\frac{x^۳}{y^۳}}=\sqrt{\frac{\frac{۱۰۰}{۳}}{\frac{۲۰۰}{۳}}}=\sqrt{\frac{۱}{۲}}\quad\text{یا}\quad\frac{y}{x}=\frac{\sqrt{۲}}{۱}$$

۱۵۰. گزینه ۳

$$\binom{۷}{۵}+\binom{۲}{۱}\binom{۷}{۴}=\binom{۷}{۳}+\binom{۲}{۱}\binom{۷}{۳}=۲^۱+۲(۳۵)=۲۱+۷۰=۹۱$$

۱۵۱. گزینه ۳

$$\boxed{۵!}\ \boxed{۳!}\times ۲$$

فارسی زبان

$$P=\frac{۵!\times ۳!\times ۲}{۸!}=\frac{۵!\times ۳!\times ۲}{۸\times ۷\times ۶\times ۵!}=\frac{۱}{۲۸}$$

۱۵۲. گزینه‌ی ۲

$x_i \quad -۱۴$

$$\frac{۵(-۴)+۴(-۳)+۰}{۱۶}=\frac{۳۲}{۱۶}=-۲\Rightarrow \bar{x}=۱۲$$

$$\sigma^۲=\frac{۵(-۲)^۲+۴(-۱)^۲+۷(۲)^۲}{۱۶}\Rightarrow \sigma^۲=\frac{۲۰+۴+x}{۱۶}=\frac{۵۲}{۱۶}=\frac{۱۳}{۴}\Rightarrow \sigma=\frac{\sqrt{۱۳}}{۳}$$

$$c.v=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\bar{x}}=\frac{\sqrt{۱۳}}{۲۴}\approx\frac{۳/۶}{۲۴}=۰/۱۵$$

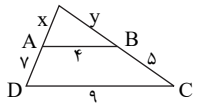
۱۵۳. گزینه‌ی ۴

$$M_{BC}=\frac{-۲-۳}{۲-۷}=\frac{-۵}{-۵}=۱$$

$$BC: y+۲=۱(x-۲)\Rightarrow y-x+۴=۰$$

$$AH=\frac{|۵-۱+۴|}{\sqrt{۲}}=\frac{۸}{\sqrt{۲}}=\frac{۸\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow AH=۴\sqrt{۲}$$

۱۵۴. گزینه‌ی ۲



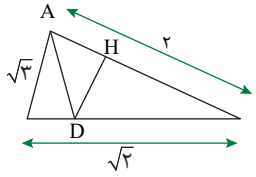
$$\frac{x}{x+۷}=\frac{۴}{۹}\Rightarrow ۹x=۴x+۲۸\Rightarrow ۵x=۲۸\Rightarrow x=\frac{۲۸}{۵}$$

جزء به کل تالس

$$\frac{y}{y+b}=\frac{۴}{۹}\Rightarrow y=۴$$

$$P_{\underset{MAB}{\Delta}}=۴+۴+\frac{۲۸}{D}=\frac{۱۳۶}{۱۰}=۱۳/۶$$

۱۵۵. گزینه‌ی ۳



$$(\sqrt{۳})^۲=BD\sqrt{۲}\Rightarrow BD=\frac{۳}{\sqrt{۷}}$$

$$(۴)^۲=CD\sqrt{V}\Rightarrow CD=\frac{۴}{\sqrt{۷}}$$

$$(AD)^۲=BD\quad BC=\frac{۱۲}{۷}\Rightarrow AP=\frac{\sqrt{۱۲}}{\sqrt{۷}}$$

$$HD=\frac{\sqrt{۱۲}}{\sqrt{۷}}\ \frac{۴}{\sqrt{۷}}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۲\sqrt{۱۲}}{۷}=\frac{۴\sqrt{۳}}{۷}$$

$$\frac{\delta_{\underset{ABC}{\Delta}}}{\delta_{\underset{ABO}{\Delta}}}=\frac{(\frac{۴}{\sqrt{۷}})^۲}{(\sqrt{۳})^۳}=\frac{۱۶}{۲۱}$$

● خارج از کشور

۱۲۶. گزینه ۱

$$\frac{\sqrt{۲۷}-۱}{۴+\sqrt{۳}}+(۲-\sqrt{۳})^{-۱}=\sqrt{۳}-۱+۲+\sqrt{۳}=۲\sqrt{۳}+۱$$

$$۱۲\sqrt{۳}-۹-۴+\sqrt{۳}$$

$$\frac{\sqrt{۲۷}-۱}{۴+\sqrt{۳}}=\frac{(۳\sqrt{۳}-۱)(۴-\sqrt{۳})=۱۳\sqrt{۳}-۱۳}{(۴+\sqrt{۳})(۴-\sqrt{۳})=۱۶-۳=۱۳}=\sqrt{۳}-۱$$

$$(\frac{۱}{۲-\sqrt{۳}})(\frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}})=\frac{۲+\sqrt{۳}}{۴-۳}=۲+\sqrt{۳}$$

۱۲۷. گزینه ۴

$$a_۳=\underset{a}{a_۱}+۲d \qquad a_۷=\underset{b}{a_۱}+۶d \qquad a_{۱۶}=\underset{c}{a_{۱۴}}۱۵d$$

$$b^۲=ac$$

$$(a_۱+۶d)^۲=(a_۱+۲d)(a_۱+۱۵d)$$

$$a_۱^۲+۱۲a_۱d+۳۶d^۲=a_۱^۲+۱۷a_۱d+۳۰d^۲$$

$$۶d^۲=۵a_۱d\Rightarrow ۶d=۵a_۱\Rightarrow a_۱=\frac{۶}{۵}d$$

$$q=\frac{b}{a}=\frac{a_۱+۶d}{a_۱+۲d}=\frac{\frac{۶}{۵}d+۶d}{\frac{۶}{۵}d+۲d}\Rightarrow q=\frac{\frac{۶}{۵}+۶}{\frac{۶}{۵}+۲}=\frac{\frac{۳۶}{۵}}{\frac{۱۶}{۵}}=\frac{۳۶}{۱۶}=\frac{۹}{۴}$$

$$q=\frac{۱۶-۷}{۷-۳}=\frac{۹}{۴}$$

روش تستی:

۱۲۸. گزینه ۳

$$\frac{P(x)}{۳}\Big|\overline{x-۴} \qquad \frac{P(x)}{۱}\Big|\overline{x+۲}$$

$$P(۴)=۳ \qquad P(-۲)=۱$$

$$P(x^۲)+۴P(-x)\Big|\overline{x-۲}=۰\rightarrow x=۲$$

$$P(۲^۲)+۴P(-۲)=P(۴)+۴P(-۲)=۳+۴(۱)=۷$$

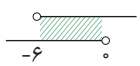
۱۲۹. گزینه ۴

دارای ۲ ریشه مثبت است:

$$۲x^۲+mx+m+۶=۰$$

$$\begin{cases}S=x_۱+x_۲=-\frac{b}{a}=-\frac{m}{۲}>۰\rightarrow m<۰ \quad (\text{الف})\\ P=x_۱x_۲=\frac{c}{a}=\frac{m+۶}{۲}>۰\rightarrow m>-۶ \quad (\text{ب})\end{cases}$$

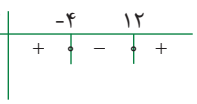
$$(\text{الف})=(\text{ب})\Rightarrow -۶<m<۰ \quad (\text{ج})$$



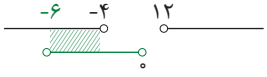
$$\Delta=b^۲-۴ac=m^۲-۴(۲)(m+۶)>۰$$

$$m^۲-۸m-۴۸>۰$$

$$(m+۴)(m-۱۲)>۰$$



$$(\text{د})\ m\in(-\infty,-۴)\cup(۱۲,+\infty)$$

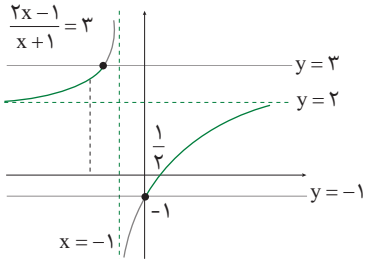


$$\text{ج}\cap\text{د}\Rightarrow -۶<m<-۴$$

۱۳۰. گزینه ۴ روش اول: حل به کمک ترسیم:

$$-۱<\frac{۲x-۱}{x+۱}<۳$$

$$\frac{۲x-۱}{x+۱}=۳\rightarrow ۲x-۱=۳x+۳\rightarrow -۴=x$$



تابع هموگرافیک $y=\frac{۲x-۱}{x+۱}$ را رسم می‌کنیم و می‌خواهیم بدانیم در کدام بازه بین ۲ خط افقی $y=-۱$ و $y=۳$ است؟

باید دید کجاها (در کدام x ها) تابع $y=\frac{۲x-۱}{x+۱}$ بین دو خط $y=-۱$ و $y=۳$ است؟

$$x\in(-\infty,-۴]\cup[۰,+\infty)=\mathbb{R}=[-۴,۰]$$

روش دوم: استفاده از گزینه‌ها و حذف حالات نامطلوب: برای راحتی بد نیست بازه‌ها را رسم کنیم، عددی انتخاب کنیم که در بعضی گزینه‌ها باشد و رد بعضی نباشد.

۱) $(۰,+\infty)$ ○——

۲) $(۴,+\infty)$ ۴ ○——

۳) $\mathbb{R}-[-۴,۰]$ -۴ ○—— ○

۴) $\mathbb{R}-[-۴,-۱]$ -۴ ○—— -۱ ○

عدد $x=-۵$ نامساوی را به صورت $۳>۲/۰۰۰=\frac{۱۱}{۴}=\frac{-۱۱}{-۴}=\frac{۲(-۵)-۱}{-۵+۱}<-۱$ در می‌آورد که درست است، پس گزینه‌های «۱» و «۲» که $x=-۵$ ندارند هر دو هستند.

عدد $x=-\frac{۱}{۲}$ در نامساوی صادق نیست $-۴<۳=\frac{-۲}{\frac{۱}{۲}}=\frac{۲(-\frac{۱}{۲})-۱}{-\frac{۱}{۲}+۱}<-۱$ لذا گزینه«۴» که شامل $x=-\frac{۱}{۲}$ است نیز هر دو می‌شود و گزینه«۳» درست است.

۱۳۱. گزینه ۲ ابتدا طول و عرض راس را یافته و به کمک $A(-۱,۹)$ معادله‌های لازم را تشکیل می‌دهیم. ضمناً نقطه $B(۳,۱)$ نیز در تابع صدق می‌کند:

$$S\begin{cases}x_s=\frac{-b}{۲a}=-۱\rightarrow \boxed{۲a=b}\\ y_s=a(-۱)^۲+b(-۱)+c=۹\rightarrow a-b+c=۹\end{cases}$$

$$a-۲a+c=۹$$

$$\boxed{-a+c=۹}$$

$$a(۳)^۲+۳b+c=۱\rightarrow \boxed{۹a+۳b+c=۱}$$

$$۹a+۳(۲a)+c=۱\rightarrow \boxed{۱۵a+c=۱}$$

$$+\begin{cases}a-c=-۹\\ ۱۵a+c=۱\end{cases}$$

$$۱۶a=-۸\rightarrow \boxed{a=\frac{۱}{۲}}\quad \boxed{b=۲a=-۱}$$

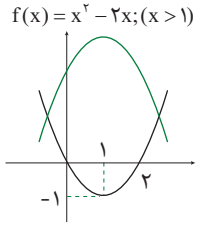
$$c=۹+a=۹+(-\frac{۱}{۲})=\frac{۱۷}{۲}=۸/۵$$

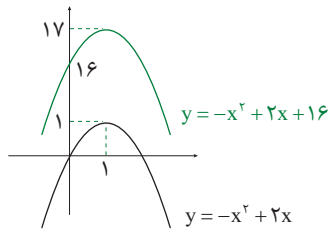
$$f(x)=-\frac{x^۲}{۲}-x+\frac{۱۷}{۹}$$

$$f(۵)=-\frac{۲۵}{۲}-۵+\frac{۱۷}{۲}=\frac{-۲۵-۱۰}{۲}+\frac{۱۷}{۲}=\frac{-۱۸}{۲}=-۹$$

گزینه «۲» درست است $c(۵,-۹)\in f$

۱۳۲. گزینه ۱ ابتدا انتقال‌های مورد نظر مسئله را انجام می‌دهیم و سپس با تابع اول قطع می‌دهیم:





$$x^2-2x=-x^2+2x+16$$

$$2x^2-4x-16=0 \xrightarrow{\div 2} x^2-2x-8=(x-4)(x+2)=0$$

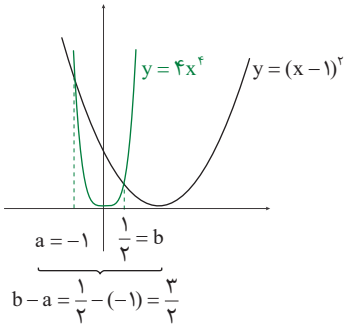
$$A\begin{vmatrix}x=-2\\y=8\end{vmatrix} \quad y=x^2-2x \qquad B\begin{vmatrix}x=4\\y=8\end{vmatrix} \quad y=x^2-2x$$

$$OA=\sqrt{(-2)^2+(8)^2}=\sqrt{4+64}=\sqrt{68}$$

$$OB:\sqrt{((4)^2+(8)^2}=\sqrt{16+64}=\sqrt{80}=\sqrt{(5)(16)}=4\sqrt{5}$$

طول $OB=4\sqrt{5}$ در گزینه‌ها هست.

۱۳۳. گزینه ۲ ترجمه هندسی این سؤال این است که در چه بازه‌ای نمودار $y=(x-1)^2$ بالاتر از $y=4x^4$ است؟

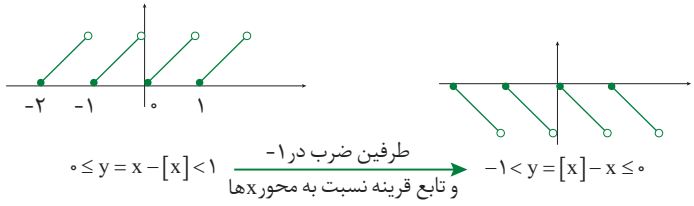


هر دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. از روی شکل کنترل می‌کنیم چه اعدادی معادلهٔ $(x-1)^2=4x^4$ را برقرار می‌کنند.

لازم نیست معادله را حل کنیم. همین که ببینیم با توجه به شکل چه اعدادی معادلهٔ $(x-1)^2=4x^4$ را برقرار می‌کنند، کافی است.

توجه: همه نمودارها به صورت $y=x^{2n}$ به شکل یک سهمی‌اند که هر چه n بزرگ‌تر باشد دهانه سهمی، بسته‌تر است.

۱۳۴. گزینه ۳ این تست نشان می‌دهد که مطالب کتاب درسی در مورد جزء صحیح برای کنکور کافی نیست و داوطلب را برای کنکور آماده نمی‌کند. به دو شکل زیر دقت کنید:



می‌دانیم که در $g(f(x))$ خروجی یا برد $f(x)$ به عنوان ورودی یا x، تحویل تابع $g(x)$ می‌شوند و داریم:

$$y=g(-1<f(x)\leq 0)=$$

تابع $g(x)=\frac{-2x+1}{x+1}$ که $g'(x)=\frac{-2-1}{(x+1)^2}$ هر شاخه‌اش به تنهایی، اکیداً نزولی است و می‌دانیم برای برد تابع اکید نزولی در یک بازه داریم:

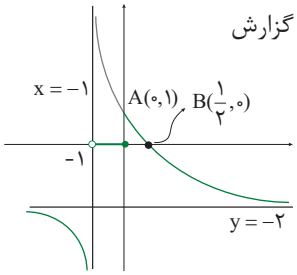
$$x\in(-1,0]$$

$$y\in\left[g(0)=1,\ \lim_{x\to(-1)^+}=\frac{3}{0^+}=+\infty\right)$$

این مطلب را با رسم تابع هموگرافیک به سادگی می‌توان نمایش داد:

$$g(x)=\frac{-2x+1}{x+1}$$

از روی شکل می‌بینیم تابع $g(x)$ وقتی اعداد بازه $-1 < x \le 0$ را می‌گیرد، مقادیری در بازه $y \in [1,+\infty)$ گزارش می‌کند. خروجی تابع $f(x)=[x]-x$ به عنوان ورودی تابع $g(x)$ محسوب می‌شود.



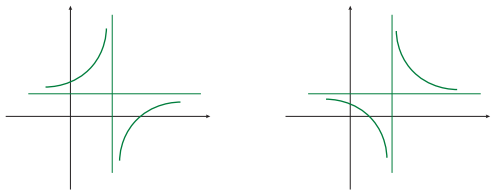
یادآوری: رسم سریع هموگرافیک $y=\frac{ax+b}{cx+d}$

۱) ریشه مخرج $x=$ خط قائمی که تابع در کنار آن به ∞ می‌رود. (مجانب قائم)

۲) $y=\frac{\text{پرتوان صورت}}{\text{پرتوان مخرج}}$ خطی افقی که وقتی $x \to \pm\infty$ به سمت آن میل می‌کند.

$$\lim_{x\to\pm\infty} y=\frac{-2x+1}{x+1}=-2$$

۳) نقطه برخورد با محورها $A(0,y)$ و $B(x,0)$ را می‌یابیم و معلوم می‌شود شکل به صورت کدام مورد زیر است:



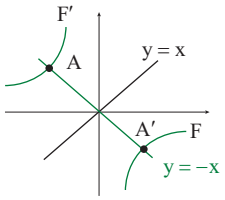
۱۳۵. گزینه ۳ می‌دانیم اگر نقطه $A(\alpha,\beta)$ روی f باشد آن‌گاه نقطه $A'(\beta,\alpha)$ روی f^{-1} است، چون g وارون f است. وقتی ورودی g، عدد ۱۵ یا ۳ است یعنی خروجی تابع f این اعداد بوده است.

$$f(x)=x+2\sqrt{x}=15 \xrightarrow{\text{حدس}} x=9$$

$$f(x)=x+2\sqrt{x}=3 \xrightarrow{\text{حدس}} x=1$$

$$g(3)+g(15)=1+9=10$$

۱۳۶. گزینه ۴ چون f و f^{-1} نسبت به نیمساز ناحیهٔ اول و سوم یعنی $y=x$ قرینه‌اند، هرجا f^{-1} نیمساز ناحیه دوم را قطع کند، در نقطهٔ متناظرش، f نیمساز ناحیه چهارم را قطع خواهد کرد. لذا کافیست f را با $y=-x$ قطع بدهیم.



$$x-\frac{1}{2x}=-x \to 2x=\frac{1}{2x}$$

$$x^2=\frac{1}{4} \to x=\pm\frac{1}{2}$$

چون f^{-1} در ناحیه دوم است. پس $x<0$ و جواب $-\frac{1}{2}$ است.

۱۳۷. گزینه ۲ کافی است در $\log_{18} 8$ به نحوی $\log_3 2=\frac{5}{8}$ را ایجاد کنیم.

$$\log_{18} 8=2^3=3\log_{18} 2=\frac{3}{\log_2 18}=\frac{3}{\log_2 2(9)}=\frac{3}{\log_2 2+\log_2 9}=\frac{\log}{1+\log_2 3^2}=\frac{3}{1+2\log_2 3}$$

$$=\frac{3}{1+2(\frac{5}{8})}=\frac{3}{\frac{5+16}{5}}=\frac{15}{21}=\frac{5}{7}$$

می‌دانیم $\log_b a=\frac{1}{\log_a b}$ پس: $\log_2 3=\frac{1}{\log_3 2}=\frac{1}{\frac{5}{8}}=\frac{8}{5}$

۱۳۸. گزینه ۱ می‌بینیم که $A(\frac{1}{2},0)$ و $B(0,-6)$ روی تابع هستند:

$$f(\tfrac{1}{2})=-9+(\tfrac{1}{3})^{\frac{a}{2}+b}=0$$

$$3^{-\frac{a}{2}-b}=9+3^2 \to -\frac{a}{2}-b=2$$

$$f(0)=-9+(\tfrac{1}{3})^{a(0)+b}=-6$$

$$3^{-b}=-6+9 \to 3^{-b}=3^1 \to -b=1$$

$\boxed{b=-1} \rightarrow -\frac{a}{2}-b=2 \rightarrow \boxed{a=-2}$

$f(x)=-9+(\frac{1}{3})^{-2x-1}$

$f(2)=-9+(\frac{1}{3})^{-5}=-9+3^5=-9+3^5=-9+243=234$

۳

۳ ۹

۳ ۲۷

۳ ۸۱

۳ ۲۴۳

۱۳۹. گزینه ۳ می‌دانیم برای یافتن $f^{-1}(2)$ باید دید که در کدام x تابع $f(x)=\frac{2^x-(\frac{1}{2})^x}{2}$ برابر ۲ می‌شود:

$$\frac{2^x-(\frac{1}{2})^x}{2}=2 \rightarrow 2^x-\frac{1}{2^x}=4$$

$$\xrightarrow{2^x=t} t-\frac{1}{t}=4 \xrightarrow{\times t} t^2-4t-1=0$$

$$\begin{cases} t_1=\frac{4+\sqrt{20}}{2}=\frac{4+2\sqrt{5}}{2}=2+\sqrt{5}=2^x \\ t_2=\frac{4-\sqrt{20}}{2}=\frac{4-2\sqrt{5}}{2}=\overbrace{2-\sqrt{5}}^{\text{عدد منفی}}=2^x \end{cases}$$

دقت کنید 2^x همواره مثبت است و هرگز برابر یک عدد منفی نمی‌شود. چون متغییر در ن ما هست از ۲ طرف لگاریتم به همان پایه می‌گیریم:

$\log_2 2+\sqrt{5}=\log_2 2x \rightarrow x=\log_2 2+\sqrt{5}>0$

که با شرط $x>0$ سازگار است.

۱۴۰. گزینه ۴ تک تک جملات را ساده می‌کنیم:

$\tan(285=270+15)=\tan(\frac{3\pi}{2}+15)=-\cot 15$

$\tan(-165)=-\tan 165=-\tan(180-15)=-\tan(-15)=\tan 15$

$\sin(1095)=\sin(\underbrace{6\pi}_{1080}+15)=\sin 15$

$\cos(255)=\cos(270^\circ-15^\circ)=\cos(\frac{3\pi}{2}-15^\circ)=-\sin 15$

$(-\cot 15)(\tan 15)-\sin 15(-\sin 15^\circ)$

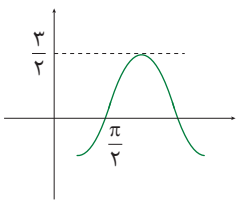
$-1+\sin^2 15=-(1-\sin^2 15^\circ)=-\cos^2 15$

۱۴۱. گزینه ۳ می‌بینیم $f(\frac{\pi}{2})=0$ است. پس:

$a+b\sin(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6})=0 \rightarrow a+\frac{b}{2}=0$

$a=-\frac{b}{2} \rightarrow b=-2a$

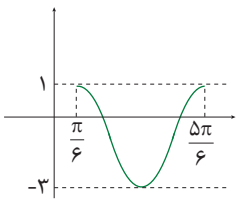
از طرفی max تابع برابر $\frac{3}{2}$ است و به خاطر نوع شکل داریم:



$a-b=\frac{3}{2}$

$a-(-2a)=\frac{3}{2} \rightarrow 3a=\frac{3}{2} \rightarrow a=\frac{1}{2}$

۱۴۲. گزینه ۱ با شروع از محور y ها تابع بالا می‌رود پس $ab>0$ با فرض $b>0$ و $a>0$ داریم:



$T=\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{6}=\frac{4\pi}{6}=\frac{2\pi}{3}=\frac{2\pi}{[10]} \xrightarrow{b>0} \boxed{b=3}$

$\begin{cases} a+c=1 \\ -a+c=-3 \end{cases} \quad \boxed{c=-1} \quad \boxed{a=2}$

۱۴۳. گزینه ۳ از آن‌جا که $2\sin\alpha\cos\alpha=\sin 2x$ داریم:

$2(2\sin 3x\cos 3x)=1 \rightarrow 2\sin 6x=1$

$\sin 6x=\frac{1}{2} \quad \sin 6x=\sin\frac{\pi}{6}$

$\begin{cases} \sin 7=\sin\alpha \\ 7=2k\pi+\alpha \\ 7=2k\pi+\pi-d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x=2k\pi+\frac{\pi}{6} \\ 6x=2k\pi+\pi-\frac{\pi}{6} \end{cases}$

$\begin{cases} x=\frac{K\pi}{3}+\frac{\pi}{36} \\ x=\frac{K\pi}{3}+\frac{5\pi}{36} \end{cases}$

K	0	1	2
x	$\frac{\pi}{36}$	$\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{36}=\frac{13\pi}{36}$	$\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{36}=\frac{25\pi}{36}>\frac{18\pi}{36}$

K	0	1
x	$\frac{\pi}{36}$	$\frac{\pi}{3}+\frac{5\pi}{36}=\frac{17\pi}{36}<\frac{18\pi}{36}=\frac{\pi}{2}$

تعداد جواب‌ها در بازه $[0,\frac{\pi}{2}=\frac{18\pi}{36}[$ مد نظر است ۴ جواب دارد.

۱۴۴. گزینه ۴ حد تابع را در $x=\frac{\pi}{2}$ می‌یابیم:

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{2\sin^2 x-\sin x-1}{\cos^2 x}=\frac{0}{0}$

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{2(\sin x-1)(\sin x+\frac{1}{2})}{1-\sin^2 x} \Rightarrow \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{-2\cancel{(1-\sin x)}(\sin x+\frac{1}{2})}{\cancel{(1-\sin x)}(1+\sin x)}=\frac{-2(1+\frac{1}{2})}{1+1}=\frac{-2(\frac{3}{2})}{2}=-\frac{3}{2}$

شرط پیوستگی $L_1=L_2=F(\frac{\pi}{2})=a$

۱۴۵. گزینه ۲ از آن‌جا که حد کسر در ∞ برابر عدد شده، لذا صورت و مخرج هم درجه‌اند و $n=3$

$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\frac{\text{پرتوان صورت}}{\text{پرتوان مخرج}}=\frac{4x^3}{ax^3}=\frac{4}{a}=2$

$a=2$

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{4x^2-6x^2+1}{2x^3+7x^2-2}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{HOP}}\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{12x^2-12x}{6x^2+14x}=\frac{12(\frac{1}{4})-12(\frac{1}{2})}{6(\frac{1}{4})+14(\frac{1}{2})}=\frac{3-6}{\frac{3}{2}+7}=\frac{-3}{\frac{17}{2}}=-\frac{6}{17}$

۱۴۶. گزینه ۴ نقطه $A(2,4)$ روی هر دو منحنی است $\xrightarrow{x=2} f(2)=\frac{2+2}{2-1}=4$

$g(x)=ax^2+bx \quad g(2)=4a+2b=4 \rightarrow 2a+b=2$

$f'(x)=\frac{-1-2}{(x-1)^2}\overset{x=2}{=\!=\!=}-3$

$g'(x)=2ax+b\overset{x=2}{=\!=}4a+b=-3$

در نقطهٔ تماس، دو تابع بر هم مماس، شیب یکسان دارند؛ پس:

$+\begin{cases} -2a-b=-2 \\ 4a+b=-3 \end{cases}$

$2a=-5 \rightarrow a=-\frac{5}{2}$

$b=-3-4a=-3-4(-\frac{5}{2})=7$

۱۴۷. گزینه ۴ می‌دانیم:

$y=u^n \rightarrow y'=nu'u^{n-1}$

$f(x)=(\frac{2x-x^2}{3x+5})^{\frac{2}{3}}$

$$y' = \frac{۲}{۳}\left(\frac{(۲-۲x)(۳x+۵)-۳(۲x-x^۲)}{(۳x+۵)^۲}\right)\left(\frac{۲x-x^۲}{۳x+۵}\right)^{-\frac{۱}{۳}} \Rightarrow y' = \frac{۲}{۳}\left(\frac{۶(-۱)-۳(-۴-۴)}{۱}\right)\left(\frac{-۴-۴}{-۱}\right)^{-\frac{۱}{۳}}$$

$$y' = \frac{۲}{۳}(-۶+۲۴) \qquad \frac{۱}{\sqrt[۳]{۸}} = \frac{۲}{۳}(۱۸)\frac{۱}{۲} = ۶$$

۱۴۸. گزینه ۱ کافی است ریشه‌های $y' = ۰$ را در y بگذاریم و مقدار بیش‌تر ماکزیمم است.

$$y' = \frac{(۲x+۲)(x^۲+۱)-۲x(x^۲+۲x-۳)}{(x^۲+۱)^۲} = ۰$$

$$۲(x+۱)(x^۲+۱)-۲x(x-۱)(x+۳) = ۰$$

$$(x+۱)(x^۲+۱)-(x^۲-x)(x+۳) = ۰$$

$$(x^۳+x+x^۲+۱)-(x^۳+\underbrace{۳x^۲-x^۲}_{۲x^۲}-۳x) = ۰$$

$$x^۳+x+x^۲+۱-x^۳-۲x^۲+۳x = ۰$$

$$-x^۲+۴x+۱ = ۰$$

$$x_{۱,۲} = \frac{-۴\pm\sqrt{(۴)^۲-۴(-۱)(۱)}}{۲(-۱)}$$

$$x_{۱,۲} = \frac{-۴\pm۲\sqrt{۵}}{-۲}\begin{cases} x_۱ = ۲-\sqrt{۵} \\ x_۲ = ۲+\sqrt{۵} \end{cases}$$

منظور از ماکسیمم نسبی، عرض ماکسیمم است. در توابع کسری مختصات اکسترمم در هوپتال تابع هم صدق می‌کند. برای یافتن عرض اکسترمم، به جای قرار دادن طول آن‌ها در خود تابع، آن‌ها را در $y_{HOP} = \frac{۲x+۲}{۲x} = ۱+\frac{۱}{x}$ می‌گذاریم:

$$f(۲-\sqrt{۵}) = ۱+(\frac{۱}{۲-\sqrt{۵}})(\frac{۲+\sqrt{۵}}{۲+\sqrt{۵}}) = ۱+\frac{۲+\sqrt{۵}}{۴-۵} = ۱-(۲+\sqrt{۵}) = -۱-\sqrt{۵}$$

$$f(۲+\sqrt{۵}) = ۱+(\frac{۱}{۲+\sqrt{۵}})(\frac{۲-\sqrt{۵}}{۲-\sqrt{۵}}) = ۱+\frac{۲-\sqrt{۵}}{۴-۵} = ۱-(۲-\sqrt{۵}) = -۱+\sqrt{۵}$$

از مقایسه دو مقدار بالا می‌بینیم: $y_{max} = -۱+\sqrt{۵}$ است.

۱۴۹. گزینه ۱ یک نقطه دلخواه روی $y = \sqrt{۲x+۷}$ در نظر می‌گیریم: و فاصلهٔ آن را از $A(۵,۰)$ پیدا کنیم:

$$AB = \sqrt{(۵-\alpha)^۲+(۰-\sqrt{۲\alpha+۷})^۲}$$

$$AB = \sqrt{۲۵-۱۰\alpha+\alpha^۲+۲\alpha+۷}$$

$$AB = \sqrt{\alpha^۲-۸\alpha+۳۲}$$

برای آن که طول AB حداقل شود باید عبارت زیر رادیکالی حداقل شود. $y = \alpha^۲-۸\alpha+۳۲$

$$y' = ۲\alpha-۸ = ۰ \rightarrow \alpha = ۴$$

$$AB: \sqrt{(۴)^۲-۸(۴)+۳۲} = ۴$$

۱۵۰. گزینه ۴ پنج کتاب را a و b و c و d و e و ۳ نفر را الف و ب و ج می‌گیریم. تعداد کل حالات این طور حساب می‌شود که هر کدام یا به الف می‌رسد

a	b	c	d	e
۳حالت	۳حالت	۳حالت	۳حالت	۳حالت

یا ب یا ج و ۳ حالت دارد: کل حالات $= ۳^۵ = ۲۴۳$

حالات نامطلوب:

* همه کتاب‌ها به یک نفر برسد یا الف یا ب یا ج = ۳ حالت

* از بین ۳ نفر ۲ نفر انتخاب می‌کنیم و همه کتاب‌ها را به آن دو نفر می‌دهیم:

$$\binom{۳}{۲}\times(\underset{\substack{\downarrow \\ \text{۵کتاب‌بین} \\ \text{۲نفر}}}{۳^۵}-۱-۱=۳۰)\ ۳\times۳۰ = ۹۰$$

$$۲۴۳-۳-۹۰ = ۱۵۰$$

۱۵۱. گزینه ۳ ابتدا ۸ نفر را می‌نشانیم ۹ جایگاه برای نشستن آن ۲ نفر درست می‌شود.

$$P=\frac{\overset{\text{جایگشت ۸ نفر}}{\overset{\uparrow}{8!}}\times\overset{\text{از آن ۹ محل، ۲ تایش را انتخاب می‌کنیم}}{\overset{\uparrow}{\binom{9}{2}}}\times\overset{\text{جایگشت ۲ نفر خاص}}{\overset{\uparrow}{2!}}}{\text{کل حالات}=10!}=\frac{9\times8\times7!}{8!\left(\frac{9!}{2!\,7!}\right)2!}=\frac{9\times8}{9\times10}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$$

۱۵۲. گزینه ۲ برای محاسبه راحت‌تر میانگین، از تک تک رادها عدد دلخواهی مثل ۸ کم می‌کنیم:

$$x_i-\bar{x}:\ 2,2,0,0,0,-1,-3$$

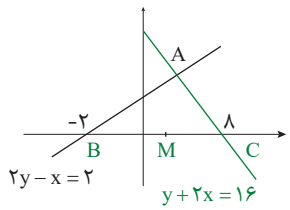
چون جمع تفاضل از عدد ۸ صفر است پس حتماً ۸ میانگین بوده است. $\bar{x}=8$

$$\sigma^2=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma^2=\frac{4+4+0+0+0+1+9}{7}=\frac{18}{7}$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{18}{7}}=3\sqrt{\frac{2}{7}}=C.V=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{3\sqrt{\frac{2}{7}}}{8}=\frac{3\times0/534}{8}=0/2$$

۱۵۳. گزینه ۲ ابتدا معادله دو ضلع را قطع می‌دهیم. تا نقطه A بدست آید سپس فاصلهٔ A تا وسط ضلع BC را می‌یابیم.



$$\begin{cases}2y-x=2\\y+2x=16\end{cases}\quad+\begin{cases}2y-x=2\\-2y-4x=-32\end{cases}$$

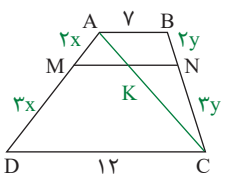
$$-5x=-30$$

$$A\begin{cases}x=6\\y=4\end{cases}\quad y+2x=16$$

$$AM=\sqrt{(6-3)^2+(4-0)^2}=5$$

$M(3,0)$ وسط BC است.

۱۵۴. گزینه ۳ A را به C وصل می‌کنیم در ۲ مثلث $\overset{\Delta}{ADC}$ و $\overset{\Delta}{ABC}$ تالس جزء به کل می‌نویسیم ضمناً طبق شکل داریم:

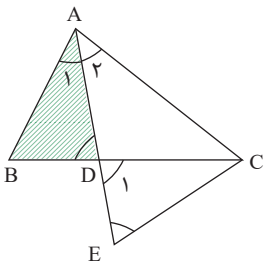


$$\frac{\text{جزء}}{\text{کل}}=\frac{2x}{5x}=\frac{MK}{12}$$

$$\frac{NK}{7}=\frac{3y}{5y}$$

$$MK+NK=\frac{24}{5}+\frac{21}{5}=\frac{45}{5}=9$$

۱۵۵. گزینه ۲ طبق فرض $\hat{A}_1=\hat{A}_2$ چون $CE=CD$ مثلث CDE متساوی‌الساقین و زوایای مجاور به ساق DE برابرند.



$$\begin{cases}\hat{E}=\hat{D}_1\\\hat{A}_1=\hat{A}_2\ \text{متقابل‌به‌رأسند}\end{cases}\rightarrow\hat{E}=\hat{D}_2$$

دو مثلث $\overset{\Delta}{ABD}$ و $\overset{\Delta}{AEC}$ به حالت دو زاویه متشابه و نسبت مساحت‌های آن‌ها مربع نسبت تشابه است:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{ABD}}}{S_{\overset{\Delta}{AEC}}}=\left(\frac{AB}{AC}=\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$