فهرست

کنکور ۹۳

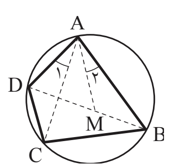
۱ ـ در یک ذوزنقه متساوی‌الساقین، یکی از زاویه‌ها ۶۰ درجه و اندازه قاعده‌ها ۶ و ۱۰ واحد است. مساحت چهارضلعی حاصل از برخورد نیم‌سازهای داخلی این ذوزنقه، چند برابر $\frac{\sqrt{3}}{3}$ است؟

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

۲ ـ در مثلث ABC، ضلع $AC=6$ و میانه $BM=5$، نیم‌سازهای دو زاویه AMB و CMB دو ضلع دیگر این مثلث را در P و Q قطع می‌کند. اندازه PQ کدام است؟

۱) ۳/۲۵ ۲) ۳/۵ ۳) ۳/۷۵ ۴) ۴

۳ ـ در شکل مقابل $\hat{A}_1=\hat{A}_2$، حاصل AD.BC برابر کدام است؟



۱) DM.AC
۲) BM.AC
۳) AB.CD
۴) BD.BM

۴ ـ تصویر خط به معادله $2x+3y=6$، تحت تبدیل $T(x,y)=(2y-1,x+3)$، از نقطه‌ای با کدام مختصات، می‌گذرد؟

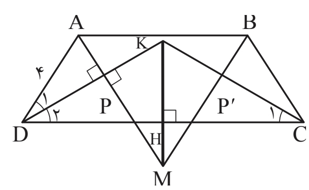
۱) $(-3,2)$ ۲) $(1,-1)$ ۳) $(5,0)$ ۴) $(7,0)$

۵ ـ دو خط متنافر d و d' و نقطه A مفروض‌اند. می‌خواهیم از نقطه A خطی بگذرد و بر هر دو خط d و d' عمود باشد. تعداد جواب، کدام است؟

۱) فاقد جواب ۲) همواره یک جواب ۳) بی‌شمار جواب ۴) یک جواب یا فاقد جواب

پاسخ‌های کنکور ۹۳

۱ ـ ۴ با رسم نیمسازهای زاویه‌های ذوزنقه، دو مثلث قائم‌الزاویه مانند APD و $BP'C$ به‌دست می‌آیند. چون $B_۱ = ۳۰^\circ$ و $AD = ۴$ پس $AP = ۲$ و $DP = ۲\sqrt{۳}$ و چون مثلث AMB متساوی‌الاضلاع است، بنابراین $AM = ۶$ و در نتیجه $PM = ۴$.

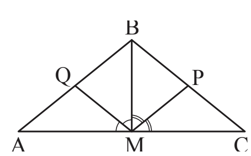


چون $D_۲ = ۳۰^\circ$ و $DH = ۵$ پس $DK = \frac{۱۰\sqrt{۳}}{۳}$ در نتیجه:

$$PK = DK - PD = \frac{۴\sqrt{۳}}{۳}$$

بنابراین: $S_{PMPH} = ۲S_{PKM} = ۲\times(\frac{۱}{۲}PK \times PM) = \frac{۴\sqrt{۳}}{۳}\times ۴ = ۱۶\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۲ ـ ۳ بنا به فرض $AM = MC$



ΔAMB : نیمساز $MQ \Rightarrow \frac{PQ}{QA} = \frac{BM}{AM} = \frac{۵}{۳}$

ΔBMC : نیمساز $MP \Rightarrow \frac{BP}{PC} = \frac{BM}{MC} = \frac{۵}{۳}$

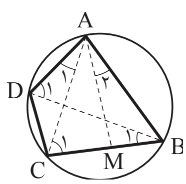
از این سه رابطه نتیجه می‌شود $\frac{PQ}{QA} = \frac{BP}{PC}$ و بنابر عکس قضیه‌ی تالس $PQ \parallel AC$.

اکنون از رابطه‌ی تالس داریم: $\frac{PQ}{AC} = \frac{BP}{BC}$ (۱)

از طرفی: $\frac{BP}{PC} = \frac{۵}{۳} \Rightarrow \frac{BP}{BP+PC} = \frac{۵}{۵+۳} \Rightarrow \frac{BP}{BC} = \frac{۵}{۸}$ (۲)

$$(۱),(۲) \Rightarrow \frac{PQ}{AC} = \frac{۵}{۸} \Rightarrow \frac{PQ}{۶} = \frac{۵}{۸} \Rightarrow PQ = \frac{۱۵}{۴} = ۳/۷۵$$

۳ ـ ۱



$$\left.\begin{array}{r} A_۱ = A_۲ \Rightarrow D\hat{A}M = C\hat{A}B \\ \hat{D}_۱ = \hat{C}_۱ = \frac{\widehat{AB}}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ADM \sim ABC$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{DM}{BC}$$

$$AD \times BC = AC \times DM$$

۴ ـ ۴ اگر تبدیل‌یافته‌ی نقطه‌ی (x,y) تحت این تبدیل، (X,Y) باشد، آن‌گاه:

$$(X,Y) = (۲y-۱, x+۳) \Rightarrow \begin{cases} X = ۲y - ۱ \Rightarrow y = \frac{X+۱}{۲} \\ Y = x + ۳ \Rightarrow x = Y - ۳ \end{cases}$$

اکنون این مقادیر را در معادله‌ی $۲x + ۳y = ۶$ قرار دهیم، معادله‌ی خط تبدیل‌یافته حاصل خواهد شد: $۲\times(Y-۳) + ۳\times\frac{X+۱}{۲} = ۶$

$$۴۶ - ۱۲ + ۳X + ۳ = ۱۲ \Rightarrow ۳X + ۴Y = ۲۱$$

و تنها نقطه‌ی $(۷,۰)$ در آن صدق می‌کند.

۵ ـ ۲ اگر از نقطه‌ای دل‌خواه روی d، خطی موازی d' رسم کنیم و آن را d'' بنامیم، از دو خط متقاطع d و d'' صفحه‌ای مانند P می‌گذرد این صفحه که شامل d و موازی d' است منحصربه‌فرد است و اگر از A عمودی بر P رسم کنیم، این خط هم بر d و هم بر d' عمود است و چون از یک نقطه فقط یک خط عمود بر صفحه‌ی P می‌توان رسم نمود، پس این خط منحصربه‌فرد است.