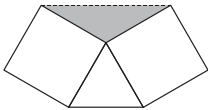


کنکور ۹۳

۱- در یک مثلث متساوی الاضلاع، بر روی دو ضلع آن دو مربع ساخته شده است. مساحت مثلث سایه زده، چند برابر مساحت مثلث اصلی است؟



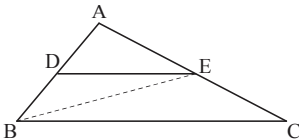
(۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۴) $\sqrt{3}$

(۳) ۱

۲- در مثلث ABC، پاره خط DE موازی ضلع BC و $AD = \frac{4}{5}DB$ است. مساحت مثلث EBC چند برابر مساحت مثلث EBD است؟



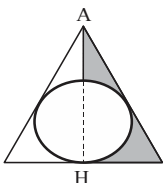
(۱) ۲

(۲) $\frac{2}{25}$

(۳) $\frac{2}{5}$

(۴) $\frac{2}{75}$

۳- در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $2\sqrt{3}$ واحد، حجم حاصل از دوران هر دو سطح سایه زده شده، در حول ارتفاع AH، کدام است؟



(۱) $\frac{4\pi}{3}$

(۲) $\frac{3\pi}{2}$

(۳) 2π

(۴) $\frac{5\pi}{3}$

۴- در یک ذوزنقه متساوی الساقین، یکی از زاویه ها ۶۰ درجه و اندازه قاعده ها ۶ و ۱۰ واحد است. مساحت چهارضلی حاصل از برخورد نیم سازه های داخلی این ذوزنقه، چند برابر $\frac{\sqrt{3}}{3}$ است؟

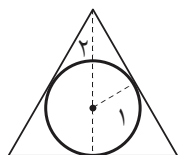
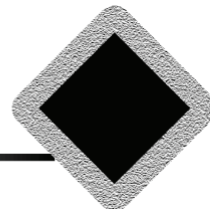
(۴) ۱۶

(۳) ۱۴

(۲) ۱۰

(۱) ۸

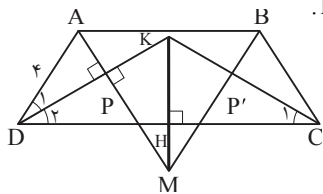
پاسخ‌های کنکور ۹۳



۳- ۴ شکل حاصل از دوران سطح سایه‌زده شده یک مخروط به شعاع قاعده‌ی $\sqrt{3}$ و ارتفاع $3 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3}$ است که کره‌ای از آن خارج شده است. ابتدا شعاع کره را محاسبه می‌کنیم.

می‌دانیم شعاع دایره‌ی محاطی داخلی مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع a برابر $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ است، پس $r = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{6} = 1$ در نتیجه:
حجم حاصل $= \frac{\pi}{3} R^2 h - \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{\pi}{3} (\sqrt{3})^2 \times 3 - \frac{4}{3} \pi \times 1^3$
 $= 3\pi - \frac{4}{3}\pi = \frac{5\pi}{3}$

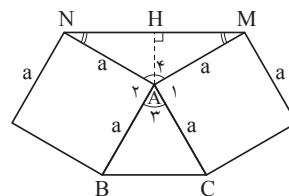
۴- ۴ با رسم نیم‌سازهای زاویه‌های دوزنقه، دو مثلث قائم‌الزاویه مانند APD و $BP'C$ به دست می‌آیند. چون $B_1 = 30^\circ$ و $AD = 4$ پس $AP = 2$ و $DP = 2\sqrt{3}$ و چون مثلث AMB متساوی‌الاضلاع است، بنابراین $AM = 6$ و در نتیجه $PM = 4$.



چون $D_2 = 30^\circ$ و $DH = 5$ پس $DK = \frac{10\sqrt{3}}{3}$ در نتیجه:

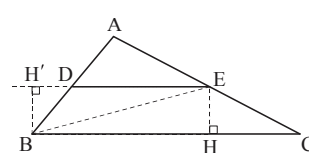
$$PK = DK - PD = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{PMPH} = 2S_{PKM} = 2 \times \left(\frac{1}{2} PK \times PM\right) = \frac{4\sqrt{3}}{3} \times 4 = 16\frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{بنابراین:}$$



۱- ۳ اگر طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع a باشد، طول ضلع مربع‌ها نیز a هستند و چون $A_1 = A_2 = 90^\circ$ و $A_3 = 60^\circ$

پس $A_4 = 120^\circ$ است در مثلث AMN زاویه‌های M و N 30° هستند و مثلث AMN در رأس A متساوی‌الساقین است، پس ارتفاع AH ، میانه و نیم‌ساز هم می‌باشد. به سادگی معلوم می‌شود طول ارتفاع AH برابر $\frac{a}{2}$ و $MH = NH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ در نتیجه $MN = a\sqrt{3}$ ، بنابراین
 $S_{AMN} = \frac{1}{2} MN \times AH = \frac{1}{2} \times a\sqrt{3} \times \frac{a}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ اما مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع ABC نیز برابر $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ است در نتیجه، مساحت سایه‌زده مساوی مساحت مثلث اصلی است.



۲- ۲ $DE \parallel BC \Rightarrow BH' = EH$

در نتیجه:

$$\frac{S_{EBC}}{S_{EBD}} = \frac{\frac{1}{2} BC \times EH}{\frac{1}{2} DE \times BH'} = \frac{BC}{DE}$$

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{S_{EBC}}{S_{EBD}} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

از طرفی: