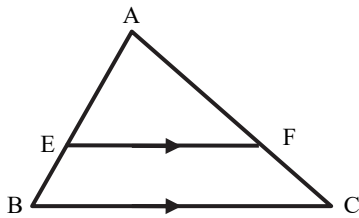


# بخش ۲

## رابطه‌ی تالس

### پلکان آموزش

### ۱ - صورت‌های مختلف بیان قضیه‌ی تالس و عکس آن



**قضیه‌ی تالس:** اگر خطی با یک ضلع مثلثی موازی باشد و دو ضلع دیگر را قطع کند، نسبت پاره‌خط‌هایی که روی یکی از این دو ضلع پدید می‌آورد، برابر است با نسبت پاره‌خط‌های نظیری که روی ضلع دیگر پدید می‌آورد؛ به بیان دیگر، اگر در شکل روبه‌رو،  $EF \parallel BC$ ، آن‌گاه  $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$ .

#### نتیجه‌هایی از قضیه‌ی تالس

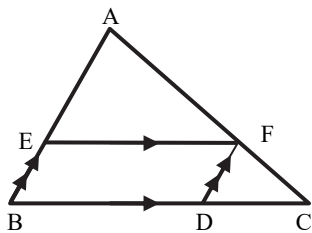
اگر در مثلث  $ABC$ ،  $EF \parallel BC$  موازی باشد، آن‌گاه با استفاده از تالس و ویژگی‌های تناسب، خواهیم داشت:

- ۱)  $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$  تناسب جزء به کل  
 ۲)  $\frac{EB}{AB} = \frac{FC}{AC}$  تناسب جزء به کل  
 ۳)  $\frac{AE}{AF} = \frac{EB}{FC}$  تناسب جزء به جزء  
 ۴)  $\frac{AB}{AC} = \frac{EB}{FC} = \frac{AE}{AF}$

**نتیجه‌های مهم از قضیه‌ی تالس:** اگر در مثلث  $ABC$ ،  $EF \parallel BC$  موازی باشد، آن‌گاه خواهیم داشت:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

#### مثال ۴ نتیجه‌ی فوق را ثابت کنید.



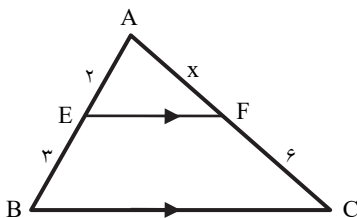
از نقطه‌ی  $F$ ، خطی به موازات  $AB$  رسم می‌کنیم تا  $BC$  را در نقطه‌ی  $D$  قطع کند.

$$\left. \begin{array}{l} \text{بنابر تالس} \\ DF \parallel AB \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{AF}{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AC}$$

داریم:  $EFDB \Rightarrow$  متوازی‌الاضلاع است  $\Rightarrow BD = EF$

و چون  $BC \parallel EF$ ، پس  $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$  و در نتیجه  $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$ .

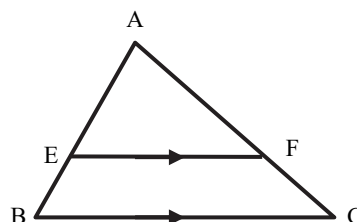
#### مثال ۵ در شکل روبه‌رو، با فرض $EF \parallel BC$ ، مقدار $x$ چه قدر است؟



چون  $EF \parallel BC$ ، با توجه به قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = 4$$

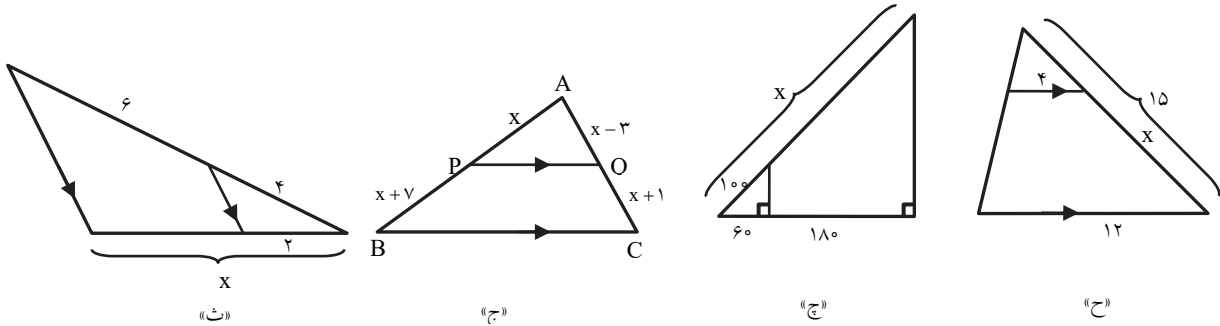
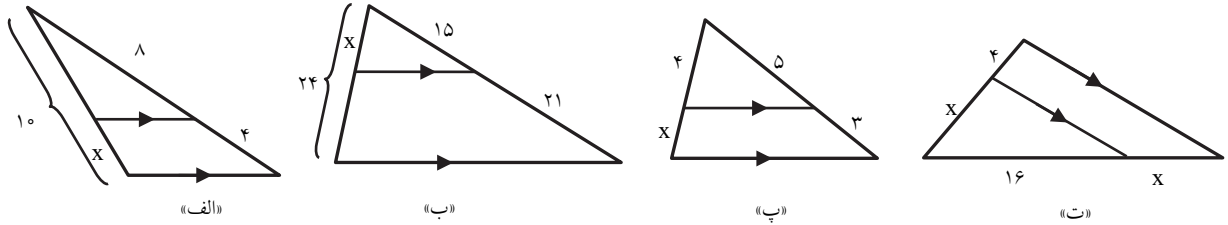
#### مثال ۶ در شکل روبه‌رو، با فرض $EF \parallel BC$ ، کدام مورد درست و کدام نادرست است؟



- (۱)  $\frac{BC}{EF} = \frac{AC}{AF}$  (۲)  $\frac{CF}{AC} = \frac{EF}{BC}$  (۳)  $\frac{AF}{EB} = \frac{AE}{FC}$  (۴)  $AE \cdot FC = AF \cdot EB$   
 (۵)  $\frac{AE}{AF} = \frac{EB}{FC}$  (۶)  $\frac{AC}{AB} = \frac{FC}{EB}$  (۷)  $\frac{EB}{AB} = \frac{FC}{AC}$  (۸)  $\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB}$

با توجه به قضیه‌ی تالس و نتیجه‌های حاصل از آن، موارد ۲ و ۳ نادرست و بقیه درست هستند.

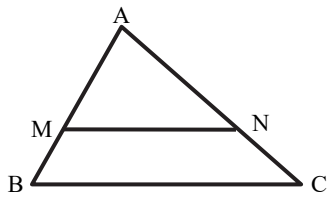
**تمرین:** در هر یک از شکل‌های زیر، مقدار  $x$  را پیدا کنید.



**پاسخ تمرین**

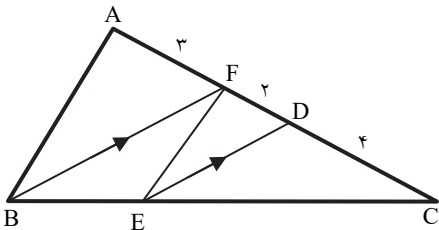
- (الف)  $x = \frac{10}{3}$
- (ب)  $x = 10$
- (پ)  $x = \frac{12}{5} = 2 \frac{4}{5}$
- (ت)  $x = 5$
- (ث)  $x = 5$
- (ج)  $x = 7$
- (ح)  $x = 400$
- (چ)  $x = 10$

**عکس قضیه تالس:** اگر در مثلث ABC، نقطه‌های M و N به ترتیب روی ضلع‌های AB و AC و  $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$  چنان انتخاب شوند که آن‌گاه نتیجه می‌شود پاره‌خط MN با ضلع BC موازی است؛ به بیان دیگر:



$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow MN \parallel BC$$

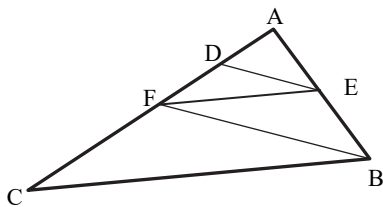
در شکل روبه‌رو،  $BF \parallel ED$  است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، ثابت کنید  $AB \parallel FE$ .



چون  $BF \parallel ED$  پس در مثلث BFC بنابر قضیه تالس داریم (۱)  $\frac{CE}{BE} = \frac{CD}{FD} = \frac{4}{2} = 2$  و از طرفی (۲)  $\frac{CF}{AF} = \frac{4+2}{3} = 2$ ، از رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود  $\frac{CE}{BE} = \frac{CF}{AF}$ . اکنون با استفاده از عکس قضیه تالس در مثلث ABC نتیجه می‌شود  $AB \parallel FE$ .

**\* چند مسئله مهم و پرکاربرد در حل تست‌ها**

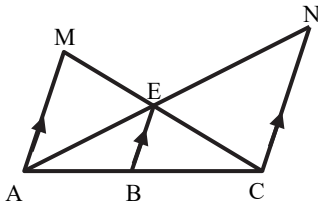
در شکل روبه‌رو،  $DE \parallel FB$  و  $EF \parallel BC$ ؛ ثابت کنید:



(الف)  $\frac{AD}{DF} = \frac{AF}{FC}$  (ب)  $AF^2 = AD \times AC$

$$\left. \begin{aligned} DE \parallel FB &\Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{AE}{EB} \\ EF \parallel BC &\Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{AE}{EB} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{AF}{FC} \quad \text{(الف)}$$

$$\left. \begin{aligned} DE \parallel FB &\Rightarrow \frac{AD}{AF} = \frac{AE}{AB} \\ EF \parallel BC &\Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AD}{AF} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow AF^2 = AD \cdot AC \quad \text{(ب)}$$



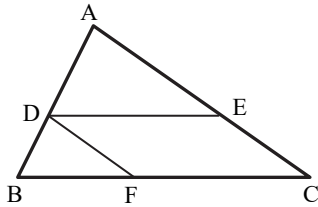
۹ با توجه به شکل روبه‌رو، که در آن  $AM \parallel EB \parallel NC$  است درستی رابطه‌ی  $\frac{1}{AM} + \frac{1}{CN} = \frac{1}{BE}$  را ثابت کنید.



$$\left. \begin{array}{l} \Delta AMC: \frac{BE}{AM} = \frac{BC}{AC} \\ \Delta ANC: \frac{BE}{CN} = \frac{AB}{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{BE}{AM} + \frac{BE}{CN} = \frac{BC}{AC} + \frac{AB}{AC} = \frac{AB+BC}{AC} = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{BC}{AC} + \frac{AB}{AC} = 1$$

$$\frac{1}{AM} + \frac{1}{CN} = \frac{1}{BE}$$

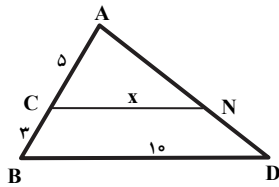


۱۰ از نقطه‌ی دلخواه D روی ضلع AB از مثلث ABC، خط‌هایی موازی ضلع‌های AC و BC رسم می‌کنیم تا AC و BC را به ترتیب در نقطه‌های E و F قطع کنند. ثابت کنید  $\frac{CE}{CA} + \frac{CF}{CB} = 1$ .



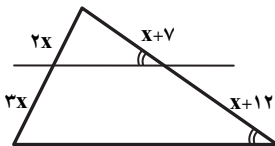
$$\left. \begin{array}{l} DE \parallel BC \Rightarrow \frac{CE}{CA} = \frac{BD}{AB} \\ DF \parallel AC \Rightarrow \frac{CF}{CB} = \frac{AD}{AB} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{CE}{CA} + \frac{CF}{CB} = \frac{BD}{AB} + \frac{AD}{AB} = \frac{BD+AD}{AB} = \frac{AB}{AB} = 1$$

۱- اگر در شکل زیر،  $\hat{C} = \hat{B}$  باشد، مقدار x کدام است؟



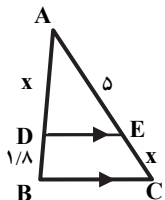
- (۱) ۶  
(۲) ۶/۲۵  
(۳) ۶/۵  
(۴) ۶/۷۵

۲- در شکل زیر، مقدار x کدام است؟



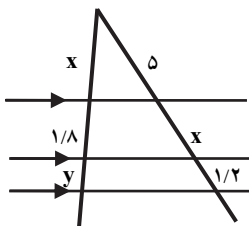
- (۱) ۲/۵  
(۲) ۳  
(۳) ۴  
(۴) ۴/۵

۳- در مثلث ABC، پاره‌خط DE موازی BC.  $AD = EC$  و  $AE = 5$  و  $DB = 1/8$ . اندازه‌ی AC کدام است؟

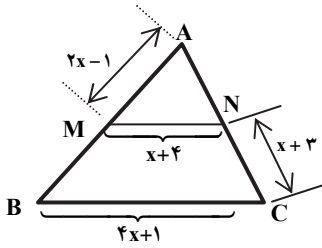


- (۱) ۶  
(۲) ۷  
(۳) ۸  
(۴) ۹

۴- در شکل روبه‌رو، سه خط موازی‌اند. حاصل  $x+y$  کدام است؟



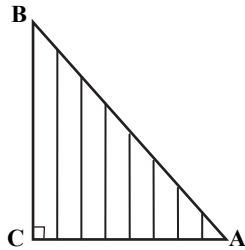
- (۱) ۲/۵  
(۲) ۳/۷۲  
(۳) ۳/۲  
(۴) ۶/۷۲



۵- اگر M و N به ترتیب وسط ضلع‌های AB و AC باشند، با توجه به اندازه‌های روی شکل،

محیط مثلث ABC چه قدر است؟

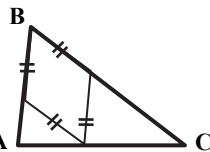
- ۲۰ (۱)
- ۲۵ (۲)
- ۴۰ (۳)
- ۴۵ (۴)



۶- ضلع AC را از مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC که در رأس C قائمه است، به ۸ قسمت برابر

تقسیم کرده‌ایم و از نقطه‌های تقسیم، ۷ پاره‌خط، موازی BC و محدود به AB رسم می‌کنیم. اگر  $BC = 10$  باشد، مجموع طول‌های هفت پاره‌خط جدید کدام است؟

- ۳۴ (۱)
- ۳۵ (۲)
- ۳۶ (۳)
- ۳۷ (۴)



۷- در شکل روبه‌رو، یک لوزی در مثلث ABC محاط شده است. اگر  $AB = c$ ،  $AC = b$  و

$BC = a$ ، آن‌گاه طول هر ضلع لوزی چه قدر است؟

$$\frac{bc}{b+c} \quad (۲)$$

$$\frac{abc}{ab+ac+bc} \quad (۱)$$

$$\frac{ac}{a+c} \quad (۴)$$

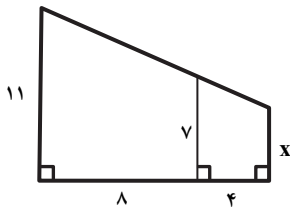
$$\frac{ab}{a+b} \quad (۳)$$

۸- طول‌های دو ساق ذوزنقه‌ای ۱۲ و ۱۵ و طول‌های دو قاعده‌ی آن ۲۴ و ۱۶ هستند. طول‌های دو ضلع مثلثی که از امتداد دو ساق

و قاعده‌ی بزرگ‌تر حاصل می‌شوند، کدام است؟

- ۱۵ و ۱۸ (۲)
- هیچ‌یک از این‌ها (۴)

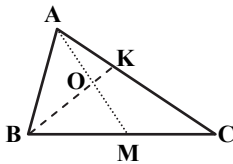
- ۲۴ و ۳۶ (۱)
- ۳۶ و ۴۸ (۳)



۹- در شکل روبه‌رو، x چه قدر است؟

- ۳ (۱)
- ۶ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

۱۰- در شکل روبه‌رو، اگر نقطه‌ی O وسط میانه‌ی AM و K، نقطه‌ی برخورد امتداد BO با AC باشد، BK چند برابر OK است؟



- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۲/۵ (۴)

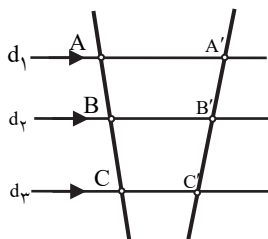
## ۲- تعمیم قضیه‌ی تالس

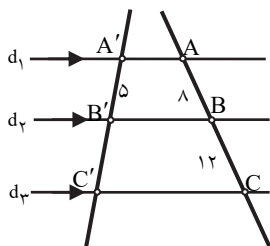
اگر چند خط موازی، دو خط را قطع کنند، پاره‌خط‌های متناظر ایجاد شده روی آن دو خط، با هم متناسب‌اند؛ یعنی در شکل روبه‌رو، داریم:

$$d_1 \parallel d_2 \parallel d_3 \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

**تمرین:** ویژگی فوق را ثابت کنید.

**اذهن‌این:** برای اثبات این ویژگی، از C خطی موازی A'C' رسم کنید.

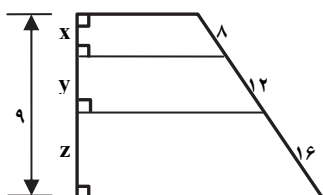




۱۱ در شکل روبه‌رو، خط‌های  $d_1$ ،  $d_2$  و  $d_3$  موازی‌اند. با توجه به اندازه‌های روی شکل، طول  $A'C'$  را به دست آورید.

چون پاره‌خط‌های  $A'B'$  و  $A'C'$  به ترتیب متناظر با  $AB$  و  $AC$  هستند، داریم:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} \Rightarrow \frac{8}{5} = \frac{20}{A'C'} \Rightarrow A'C' = 12.5$$



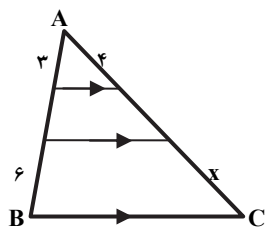
۱۱ - با توجه به اندازه‌های مشخص شده در شکل روبه‌رو، حاصل  $xyz$  کدام است؟

۱۵ (۱)

۱۸ (۲)

۲۴ (۳)

۳۶ (۴)



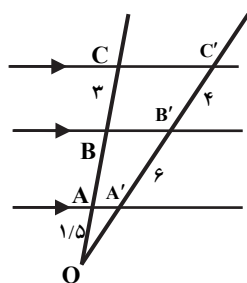
۱۲ - در شکل روبه‌رو، مقدار  $x$  کدام است؟

۲ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)



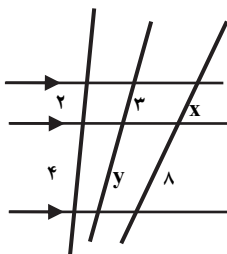
۱۳ - در شکل روبه‌رو، حاصل  $OC + OC'$  چه قدر است؟

۱۲ (۱)

۲۱ (۲)

۲۴ (۳)

۲۸ (۴)



۱۴ - در شکل روبه‌رو، حاصل  $x + y$  کدام است؟

۶ (۱)

۸ (۲)

۱۰ (۳)

۱۴ (۴)

### ۳ - قضیه‌ی تالس در دوزنقه

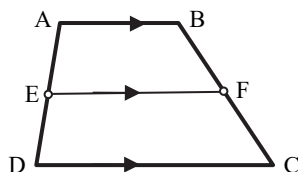
بنابر تعمیم قضیه‌ی تالس، در دوزنقه داریم:

اگر خطی موازی قاعده‌های دوزنقه باشد، روی ساق‌ها پاره‌خط‌های متناسب ایجاد می‌کند و بر عکس، اگر خطی روی ساق‌های دوزنقه، پاره‌خط‌های متناظر متناسب ایجاد کند، آن خط با قاعده‌های دوزنقه موازی است، بنابراین:

«شرط لازم و کافی برای آن که در یک دوزنقه، پاره‌خطی که محدود به ساق‌ها است، موازی قاعده‌های

آن باشد، این است که روی ساق‌های آن، پاره‌خط‌های متناسب جدا کند.»

یعنی در شکل روبه‌رو، داریم:

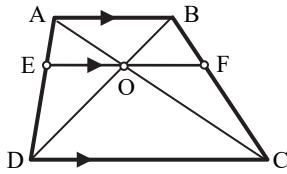


$$EF \parallel AB \parallel DC \Leftrightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$$

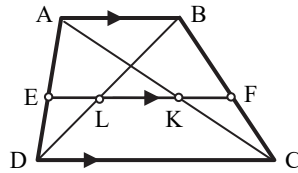


با استفاده از قضیه تالس در ذوزنقه، نکته‌های زیر را می‌توان نتیجه گرفت:

(۱) در هر ذوزنقه، پاره‌خطی که از محل برخورد دو قطر به موازات قاعده‌های آن رسم شده و به دو ساق محدود باشد، در نقطه‌ی برخورد دو قطر، نصف می‌شود؛ یعنی در شکل روبه‌رو داریم  $EO = OF$ .

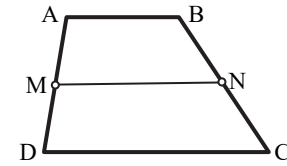


(۲) در هر ذوزنقه، اگر خطی به موازات دو قاعده‌ی آن رسم شود تا ساق‌ها و قطر‌ها را قطع کند، پاره‌خط‌های محدود به ساق‌ها و قطر‌ها با هم برابرند؛ یعنی در شکل روبه‌رو داریم  $EL = KF$ .



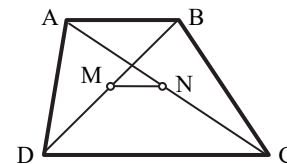
روشن است که این نکته، تعمیمی از نکته‌ی ۱ است؛ به عبارت دیگر، نکته‌ی اول، حالت خاصی از نکته‌ی دوم را بیان می‌کند.

(۳) در هر ذوزنقه، پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق را به هم وصل می‌کند (میان‌خط ذوزنقه)، موازی قاعده‌های ذوزنقه و برابر میانگین دو قاعده است؛ یعنی در شکل روبه‌رو داریم:



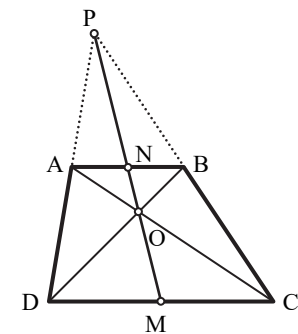
$$MN \parallel AB \parallel DC \text{ و } M \text{ وسط } AD \Rightarrow MN = \frac{AB + CD}{2}$$

(۴) در هر ذوزنقه، پاره‌خطی که وسط‌های دو قطر را به هم وصل می‌کند، موازی دو قاعده و برابر نصف قدر مطلق تفاضل طول دو قاعده است؛ یعنی در شکل روبه‌رو داریم:



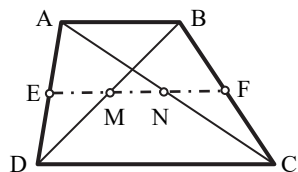
$$MN \parallel AB \text{ و } M \text{ وسط } AC \text{ و } N \text{ وسط } BD \Rightarrow MN = \frac{DC - AB}{2}$$

(۵) در هر ذوزنقه، دو نقطه‌ی وسط قاعده‌ها، نقطه‌ی برخورد دو قطر و نقطه‌ی برخورد امتداد دو ساق آن، بر یک راستا قرار دارند؛ یعنی در شکل روبه‌رو، اگر  $M$  و  $N$  به ترتیب وسط قاعده‌های  $AB$  و  $CD$ ، نقطه‌ی  $O$  نقطه‌ی برخورد دو قطر ذوزنقه و  $P$  نقطه‌ی برخورد امتداد دو ساق  $AD$  و  $BC$  باشند، آن‌گاه نقطه‌های  $O, N, P$  و  $M$  بر یک راستا هستند.



(۶) در هر ذوزنقه، وسط‌های دو ساق و وسط‌های دو قطر آن بر یک راستا قرار دارند؛

یعنی در شکل روبه‌رو، اگر نقطه‌های  $E$  و  $F$  وسط‌های دو ساق و  $M$  و  $N$  وسط‌های دو قطر ذوزنقه باشند، آن‌گاه نقطه‌های  $E, M, N$  و  $F$  بر یک راستا هستند.



**تمرین:** شش نکته‌ی فوق را ثابت کنید تا اثر آن‌ها در ذهن پای‌دار باشند.

**نکته:** اگر روی ساق‌های ذوزنقه‌ی  $ABCD$  با قاعده‌های  $a$  و  $b$ ، نقطه‌های  $E$  و  $F$  را چنان برگزینیم

$$\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC} = k \text{ به دست آورید.}$$

کافی است با رسم قطر  $AC$ ، دو بار از قضیه تالس استفاده کنیم. چون  $\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC}$ ، پس

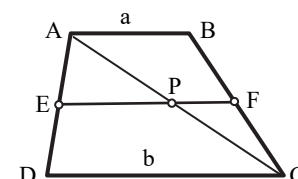


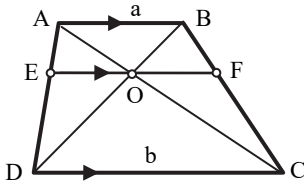
$EF \parallel AB \parallel CD$  داریم:

$$\triangle ABC : PF \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{PF}{AB} = \frac{FC}{BC} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{AB - PF}{AB} = \frac{BC - FC}{BC} = k \Rightarrow PF = (1 - k)a \quad (1)$$

$$\triangle ACD : EP \parallel CD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{EP}{CD} = \frac{AE}{AD} = k \Rightarrow EP = kb \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow PF + EP = EF = (1 - k)a + kb$$

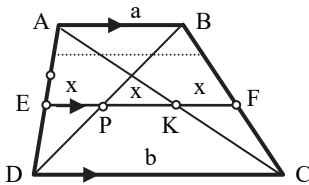




ثابت کنید در ذوزنقهی ABCD با قاعده‌های  $a$  و  $b$ ، طول پاره‌خطی که از نقطه‌ی برخورد دو قطر، موازی قاعده‌ها رسم می‌شود، در رابطه‌ی  $\frac{2}{EF} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  صدق می‌کند.

بنابر نکته‌ی ۱ می‌دانیم  $EO = OF = x$ . اگر فرض کنیم  $EO = OF = x$ ، آن‌گاه داریم:

$$\left. \begin{aligned} \triangle ADC: \frac{x}{b} &= \frac{AO}{AC} \\ \triangle ABC: \frac{x}{a} &= \frac{CO}{AC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{x}{b} + \frac{x}{a} = \frac{AO}{AC} + \frac{CO}{AC} = 1 \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{x} = \frac{2}{EF}$$



ثابت کنید در ذوزنقه‌ی ABCD با قاعده‌های  $a$  و  $b$  که  $a < b$ ، اگر پاره‌خطی موازی دو قاعده رسم شود و توسط دو قطر و دو ساق به سه قسمت مساوی تقسیم شود، طول این پاره‌خط از رابطه‌ی  $EF = \frac{3ab}{a+2b}$  یا  $EF = \frac{3ab}{b+2a}$  به دست می‌آید.

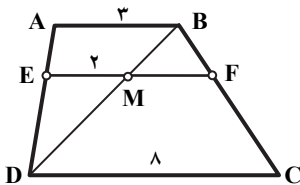
فرض کنیم EF بین نقطه‌ی برخورد دو قطر و قاعده‌ی بزرگ‌تر باشد و توسط دو قطر، به سه قسمت مساوی تقسیم شود؛ طوری که طول هر یک از سه قسمت، برابر  $x$  باشد، در این صورت داریم:

$$\left. \begin{aligned} \triangle ADC: \frac{2x}{b} &= \frac{AK}{AC} \\ \triangle ABC: \frac{x}{a} &= \frac{KC}{AC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{2x}{b} + \frac{x}{a} = \frac{AK}{AC} + \frac{KC}{AC} = 1 \Rightarrow x = \frac{ab}{b+2a} \Rightarrow EF = \frac{3ab}{b+2a}$$

برای حالتی که پاره‌خط EF بین نقطه‌ی برخورد دو قطر و قاعده‌ی کوچک‌تر باشد، به همین روش

عمل کنید تا رابطه‌ی  $EF = \frac{3ab}{a+2b}$  حاصل شود.

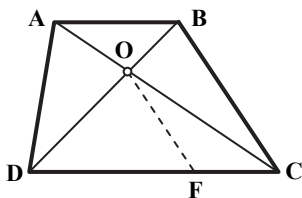
۱۵ - در شکل روبه‌رو، EF موازی قاعده‌های ذوزنقه است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، طول EF کدام است؟



- (۱)  $\frac{8}{3}$
- (۲)  $\frac{14}{3}$
- (۳)  $\frac{16}{3}$
- (۴)  $\frac{20}{3}$

۱۶ - در ذوزنقه‌ی ABCD، از نقطه‌ی محل برخورد دو قطر، خطی موازی با ساق BC رسم کرده‌ایم تا DC را در F قطع کند. اگر

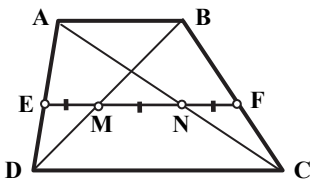
$DF = 8$  و  $FC = 4$  باشند، اندازه‌ی قاعده‌ی AB چه قدر است؟



- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۸

۱۷ - در ذوزنقه‌ی ABCD به قاعده‌های  $AB = 3$  و  $DC = 12$ ، پاره‌خط EF موازی دو قاعده می‌باشد و توسط قطرهای ذوزنقه به سه

قسمت مساوی تقسیم شده است. اندازه‌ی پاره‌خط EF چه قدر است؟



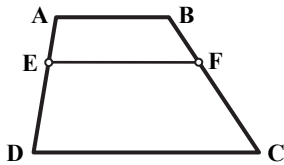
- (۱) ۳
- (۲) ۶
- (۳)  $\frac{7}{5}$
- (۴) ۹

۱۸ - در یک ذوزنقه، قاعده‌ی بزرگ، سه برابر قاعده‌ی کوچک است. پاره‌خطی موازی با قاعده‌ها و محدود به ساق‌ها که توسط دو قطر

به سه قسمت مساوی تقسیم شده و این پاره‌خط به قاعده‌ی بزرگ، نزدیک‌تر است، ساق‌ها را به چه نسبتی تقسیم می‌کند؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$
- (۲)  $\frac{2}{3}$
- (۳)  $\frac{3}{4}$
- (۴)  $\frac{3}{5}$

۱۹- در ذوزنقه‌ی شکل روبه‌رو،  $AB = 6$ ،  $DC = 9$  و  $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} = \frac{1}{4}$  است. اندازه‌ی پاره‌خط  $EF$  چه قدر است؟



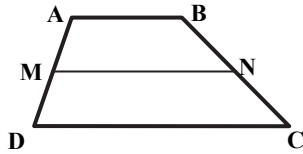
(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

۲۰- در ذوزنقه‌ی  $ABCD$ ،  $AB = 3$  و  $CD = 7$  می‌باشد. اگر  $M$  و  $N$  وسط‌های ساق‌ها باشند، نسبت مساحت چهارضلعی  $ABNM$  به



مساحت  $MNCD$  کدام است؟

(۲)  $\frac{1}{2}$ (۱)  $\frac{1}{3}$ (۴)  $\frac{2}{5}$ (۳)  $\frac{2}{3}$ 

«تالس» در حدود سال ۶۴۰ ق.م در شهر «میلیتوس» در ایونیا (غرب ترکیه امروزی) به دنیا آمد. بسیاری از او به عنوان اولین فیلسوف یونانی و هم‌چنین پدر علم یاد می‌کنند. تالس بیش‌تر وقت خود را صرف مطالعه‌ی ریاضیات و ستاره‌شناسی کرد و فقط به قصد تامین معاش روزانه، به سوداگری پرداخت. تالس از زمره‌ی «ماده‌گرایان» اولیه محسوب می‌شود.

تالس در کهولت، ملقب به «خردمند» شد و بعدها که یونانیان برای خود هفت خردمند شناختند، او را نخستین آن‌ها دانستند. تالس سرانجام هنگامی که نظاره‌گر یک مسابقه‌ی ورزشی بود، از گرما، تشنگی و ناتوانی جان سپرد. بعضی بر این باورند که تالس تنها یک متفکر صرف نبود، بلکه در تجارت و سیاست هم نقش داشت.

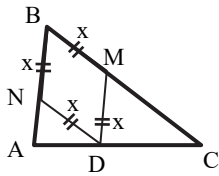
زندگی سیاسی تالس، بیش‌تر به درگیری ایونی‌ها در دفاع از آناتولی در برابر قدرت فزاینده‌ی ایرانیان که تازه به آن منطقه وارد شده بودند برمی‌گردد. دیدگاه تالس را درباره‌ی «اخلاق»، می‌توان از گفتارهای منسوب به وی در دیوجانس لائرتیوس فهمید. نخست او به یک خدای متعالی که نه آغاز است نه پایان، قایل بود. او معتقد بود خداوند عادل است و از بشر هم انتظار اعمال عادلانه دارد. نه ناعادل بودن، و نه اندیشه‌ی بی‌عدالتی از دیدگان خدا، پنهان نمی‌ماند.



۱۳۹ پلکان آموزش  
 ۱۴۷ پاسخ تست‌های پلکان آموزش  
 ۱۵۰ پلکان آزمون  
 ۱۵۶ پاسخ‌های پلکان آزمون

## پاسخ تست‌های پلکان آموزش

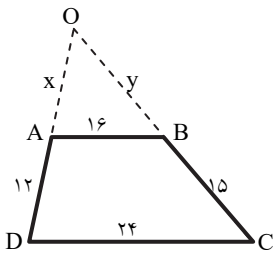
$$\Rightarrow \frac{L_1 + L_2 + \dots + L_V}{10} = \frac{V(V+1)}{8} \Rightarrow L_1 + L_2 + \dots + L_V = \frac{V^2}{2} = 35$$



۷- اگر طول ضلع لوزی را  $x$  بگیریم، با توجه به موازی بودن ضلع‌های روبه‌رو در لوزی، داریم:

$$\left. \begin{aligned} MD \parallel AB &\Rightarrow \frac{x}{AB} = \frac{CD}{AC} \\ ND \parallel BC &\Rightarrow \frac{x}{BC} = \frac{AD}{AC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{x}{AB} + \frac{x}{BC} = \frac{CD+AD}{AC} = \frac{AC}{AC} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{c} + \frac{x}{a} = 1 \Rightarrow x \left( \frac{1}{c} + \frac{1}{a} \right) = 1 \Rightarrow x \left( \frac{a+c}{ac} \right) = 1 \Rightarrow x = \frac{ac}{a+c}$$

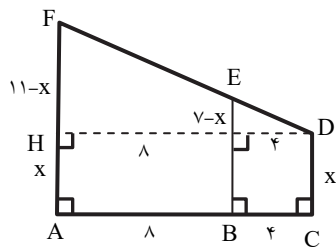


۸- در شکل روبه‌رو، نقطه‌ی  $O$  برخورد امتداد دو ساق  $AD$  و  $BC$  را نامیده‌ایم. بنابر نتیجه‌ی قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{x}{x+12} = \frac{16}{24} \xrightarrow{\text{تفصیل در مخرج}} \frac{x}{12} = \frac{16}{24-16} = 2 \Rightarrow x = 24$$

$$\frac{y}{y+15} = \frac{16}{24} \xrightarrow{\text{تفصیل در مخرج}} \frac{y}{15} = \frac{16}{24-16} = 2 \Rightarrow y = 30$$

پس ضلع‌های مثلث  $ODC$  برابر  $OD = 36$ ،  $DC = 24$  و  $OC = 45$  می‌باشند.



۹- در شکل روبه‌رو اگر از نقطه‌ی  $D$  خطی موازی  $AC$  رسم کنیم، چهارضلعی‌های ایجادشده، مستطیل هستند و هم‌چنین در مثلث  $FDH$  می‌توان از قضیه‌ی تالس استفاده کرد. با توجه به اندازه‌های مشخص شده روی شکل داریم:

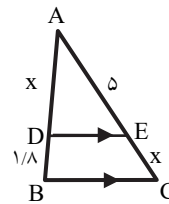
$$\frac{7-x}{11-x} = \frac{4}{4+8} = \frac{1}{3} \Rightarrow 21-3x = 11-x \Rightarrow x = 5$$

۱- از برابری دو زاویه‌ی  $\hat{B}$  و  $\hat{C}$  نتیجه می‌گیریم  $CN$  موازی  $BD$  است، پس طبق نتیجه‌ی قضیه‌ی تالس، داریم:

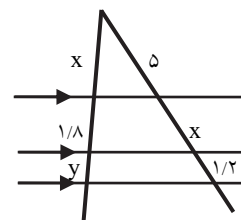
$$\frac{CN}{BD} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{5}{8} \Rightarrow x = \frac{50}{8} = 6 \frac{25}{8}$$

۲- با توجه به عکس خط‌های موازی و مورب، نتیجه می‌شود خط قاطع با ضلع مثلث، موازی است، پس داریم:

$$\frac{2x}{3x} = \frac{x+7}{x+12} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{x+7}{x+12} \Rightarrow x = 3$$



۳-  $\frac{x}{1/8} = \frac{5}{x} \Rightarrow x^2 = 1/8 \times 5 = 9$   
 $\Rightarrow x = 3 \Rightarrow AC = 5 + 3 = 8$



۴-  $\frac{x}{1/8} = \frac{5}{x} \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$   
 $\frac{x}{1/8+y} = \frac{5}{x+1/2} \Rightarrow \frac{3}{1/8+y} = \frac{5}{4/2}$   
 $\Rightarrow 9+5y = 12/6 \Rightarrow y = 0/72$   
 $\Rightarrow x+y = 3/72$

۵- چون  $MN$  پاره‌خطی است که وسط‌های دو ضلع مثلث را به هم وصل کرده است، میان‌خط مثلث می‌باشد، پس  $MN$  موازی  $BC$  و برابر نصف  $BC$  است؛ در نتیجه داریم:

$$x+4 = \frac{1}{2}(4x+1) \Rightarrow 2x+8 = 4x+1 \Rightarrow 7 = 2x \Rightarrow x = 3 \frac{1}{2}$$

$$ABC \text{ محیط مثلث } = AB+BC+AC = 2AM+BC+2NC$$

$$= 2(2x-1) + 4x + 1 + 2(x+3) = 10x+5 = 10 \times 3/5 + 5 = 40$$

۶- با توجه به این که هر یک از ضلع‌های  $AC$  و  $AB$  به هشت قسمت مساوی تقسیم شده‌اند، اگر طول هر یک از پاره‌خط‌ها را با  $L_1$  نشان دهیم، بنابر عکس قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{L_1}{BC} = \frac{1}{8}, \frac{L_2}{BC} = \frac{2}{8}, \dots, \frac{L_V}{BC} = \frac{V}{8} \Rightarrow \frac{L_1+L_2+\dots+L_V}{BC} = \frac{1+2+\dots+V}{8}$$

۱۶-  $\triangle DBC: OF \parallel BC \Rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{FC}{DF} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

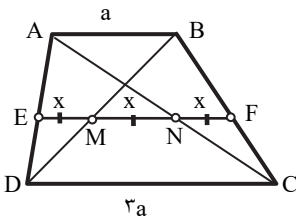
$\triangle AOB \sim \triangle DOC \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{OB}{DO} \Rightarrow \frac{AB}{8+4} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = \frac{12}{2} = 6$

۱۷- اگر هر یک از سه قسمت ایجاد شده روی پاره خط EF را با x نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\left. \begin{aligned} \triangle ABD: \frac{x}{AB} &= \frac{DM}{DB} \\ \triangle BCD: \frac{2x}{DC} &= \frac{BM}{DB} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{x}{AB} + \frac{2x}{DC} = \frac{DM+BM}{DB} = \frac{DB}{DB} = 1$$

$\Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{2x}{12} = 1 \Rightarrow x\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = 1 \Rightarrow x\left(\frac{2+1}{6}\right) = 1 \Rightarrow x = 2$

$\Rightarrow EF = 3x = 3 \times 2 = 6$

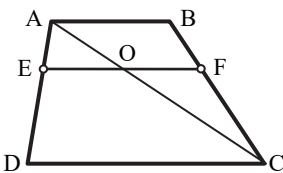


۱۸-  $\triangle ABD: \frac{x}{AB} = \frac{DM}{DB}$   
 $\triangle BCD: \frac{2x}{DC} = \frac{BM}{DB}$

$\Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{2x}{3a} = 1 \Rightarrow \frac{x}{a}\left(1 + \frac{2}{3}\right) = 1$

$\Rightarrow \frac{x}{a} \times \frac{5}{3} = 1 \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{ED}{AD} = \frac{3}{5}$

$\Rightarrow \frac{ED}{AE} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{2}{3}$



۱۹- روش اول: از این که

$\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$  است نتیجه می‌گیریم

EF موازی با قاعده‌های دوزنقه است.

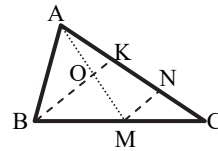
برای پیدا کردن طول EF کافی است

قطر AC را رسم کنیم.

$$\left. \begin{aligned} \triangle ADC: \frac{EO}{DC} &= \frac{AE}{AD} \\ \frac{AE}{ED} &= \frac{1}{2} \text{ ترکیب در مخرج} \Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{1}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{EO}{DC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{EO}{9} = \frac{1}{3} \Rightarrow EO = 3$$

$$\left. \begin{aligned} \triangle ABC: \frac{OF}{AB} &= \frac{FC}{BC} \\ \frac{FC}{BF} &= \frac{2}{1} \text{ ترکیب در مخرج} \Rightarrow \frac{FC}{BC} = \frac{2}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{OF}{AB} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{OF}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow OF = 4$$

$\Rightarrow EF = EO + OF = 3 + 4 = 7$



۱۰- برای استفاده از قضیه‌ی تالس در

شکل روبه‌رو، از نقطه‌ی M، خطی موازی

BK رسم می‌کنیم تا AC را نقطه‌ی N قطع

کند. در این صورت در مثل AMN، پاره‌خط

OK میان‌خط مثلث می‌باشد، پس  $OK = \frac{1}{2}MN$  و همین‌طور در مثل BKC

پاره‌خط MN میان‌خط مثلث می‌باشد، پس  $MN = \frac{1}{2}BK$ ؛ در نتیجه داریم:

$$\frac{BK}{OK} = \frac{2MN}{\frac{1}{2}MN} = 4$$

۱۱- روشن است خط‌های عمود بر یک خط، با یک‌دیگر موازی‌اند،

پس طبق تعمیم قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16} = \frac{x+y+z}{8+12+16} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 2 \\ \frac{y}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow y = 3 \\ \frac{z}{16} = \frac{1}{4} \Rightarrow z = 4 \end{cases} \Rightarrow xyz = 2 \times 3 \times 4 = 24$$

۱۲- بنابر تعمیم قضیه‌ی تالس داریم:

$\frac{3}{6} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = 8$

۱۳-  $\frac{OA}{BC} = \frac{OA'}{B'C'} \Rightarrow \frac{1/5}{3} = \frac{OA'}{4} \Rightarrow OA' = 2$

$$\left. \begin{aligned} \frac{OA}{BC} &= \frac{OA'}{B'C'} \Rightarrow \frac{1/5}{3} = \frac{OA'}{4} \Rightarrow OA' = 2 \\ \frac{AB}{BC} &= \frac{A'B'}{B'C'} \Rightarrow \frac{AB}{3} = \frac{6}{4} \Rightarrow AB = 4/5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} OC' &= 2+6+4=12 \\ OC &= 1/5 + 4/5 + 3 = 9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow OC + OC' = 9+12=21$$

۱۴-  $\frac{2}{4} = \frac{3}{y} \Rightarrow y = 6$

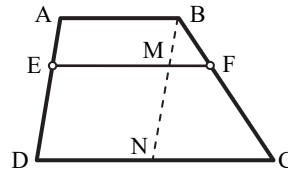
$$\left. \begin{aligned} \frac{2}{4} &= \frac{3}{y} \Rightarrow y = 6 \\ \frac{2}{4} &= \frac{x}{8} \Rightarrow x = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x + y = 4 + 6 = 10$$

۱۵- با توجه به این که EF موازی AB و CD است، در هر دو مثلث

ABD و BCD می‌توان قضیه‌ی تالس را به‌کار گرفت. داریم:

$\triangle ABD: \frac{EM}{AB} = \frac{DM}{DB} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{DM}{BD} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{BM}{BD} = \frac{1}{3}$

$\triangle BCD: \frac{MF}{DC} = \frac{BM}{BD} \Rightarrow \frac{MF}{8} = \frac{1}{3} \Rightarrow MF = \frac{8}{3} \Rightarrow EF = 2 + \frac{8}{3} = \frac{14}{3}$



**روش دوم:** از B خطی موازی AD

رسم می‌کنیم تا EF و CD را به ترتیب در M و N قطع کند. چون ABND متوازی‌الاضلاع است، پس  $EM = DM = 6$  و در نتیجه  $NC = 3$ .

$$MF \parallel NC \Rightarrow \frac{MF}{NC} = \frac{BF}{BC} \Rightarrow \frac{MF}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow MF = 1$$

$$EF = EM + MF = 6 + 1 = 7$$

**۲۰ - ۳** می‌دانیم خطی که وسط‌های دو ساق یک دوزنقه را به هم وصل می‌کند (میان‌خط دوزنقه)، موازی با دو قاعده و برابر میانگین آن‌ها است، پس دو چهارضلعی مورد نظر، دوزنقه هستند و چون دارای ارتفاع‌های برابر می‌باشند، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{S_{ABNM}}{S_{MNCD}} &= \frac{\frac{1}{2}h(AB + MN)}{\frac{1}{2}h(MN + DC)} = \frac{AB + MN}{MN + DC} \\ &= \frac{3 + \frac{3+7}{2}}{\frac{3+7}{2} + 7} = \frac{3+5}{5+7} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

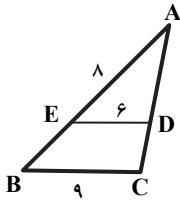
- ۱ - یک نفر در «بی‌نهایت» مشغول قدم‌زدن بود که ناگهان یک صدای «گرومپ» به گوشش خورد. پرسید چی بود؟ گفتند: چیزی نبود دو تا خط موازی بودند که با هم برخورد کردند!
- ۲ - شخصی می‌گفت: دایره‌ی زندگی یک مستطیل است که سه ضلع دارد و آن راست‌گویی است. پرسیدند: این که فقط یک ضلع است؛ بهتر است که بگویی «راست‌گویی شعاع دایره‌ی زندگی است» و طرف جواب داد: نه بابا! اون که دوزنقه است!
- ۳ - شخصی برای دوستانش می‌گفت هر وقت از کنار آینه رد می‌شوم، به قد و قواره‌ی خودم افتخار می‌کنم؛ آیا به نظر شما بد کاری می‌کنم؟ و یکی از دوستانش گفت به هر حال دروغ همیشه کار بدی است!
- ۴ - از شخصی که خیلی ادعای علم و دانش می‌کرد پرسیدند: چرا نیوتن وقتی سیب از درخت افتاد و به سرش خورد تعجب کرد؟ جواب داد: خب! شاید زیر درخت گلابی نشسته بود!
- ۵ - دزدی یک قابلمه دزدیده بود و می‌خواست آن را بفروشد، ولی دزدان دیگری قابلمه را از او دزدیدند. وقتی به خانه برگشت یکی از دوستانش پرسید: قابلمه را چند فروختی؟ جواب داد: به قیمت خرید!
- ۶ - یکی از خان‌ها متوجه شده بود که مدتی است مستخدم خانه‌اش خیلی گرفته و غمگین است. علت را پرسید. مستخدم جواب داد: عاشق شده‌ام. خان گفت: بگو تا برویم خواستگاری؛ عاشق کی شده‌ای؟ و نوکر جواب داد: قربانت گردم، هر که شما بفرمایید!
- ۷ - شخصی خیلی ادعای هوش و حواس می‌کرد. روزی یکی از دوستانش او را دید که وسط چهارراه ایستاده؛ پرسید: چرا ماتت برده؟ و طرف گفت: راستش نمی‌دونم الان صبح زوده و دارم می‌رم اداره یا بعدازظهره و دارم برمی‌گردم خونه؟!

# پلکان آزمون

## آزمون یکم

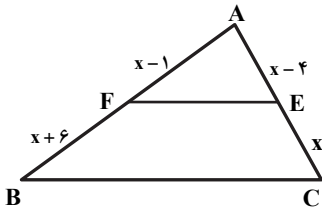
۱۸ دقیقه

۱- در شکل مقابل،  $\hat{B} = \hat{E}$  و  $AE = ۸$  و  $ED = ۶$  و  $BC = ۹$ . طول  $BE$  کدام است؟



- ۴ (۱)
- ۴/۲ (۲)
- ۴/۴ (۳)
- ۴/۶ (۴)

۲- در شکل روبه‌رو،  $x$  چه قدر باشد تا  $EF$  موازی  $BC$  گردد؟

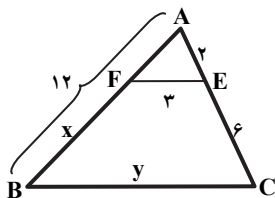


- ۶ (۱)
- ۷ (۲)
- ۵ (۳)
- ۸ (۴)

۳- کنار ساختمانی به بلندی ۵/۵ متر، درختی است که در لحظه‌ای معین، سایه‌ی آن ۱/۱ متر و سایه‌ی ساختمان ۱/۲۱ متر بوده، ارتفاع درخت چند متر است؟

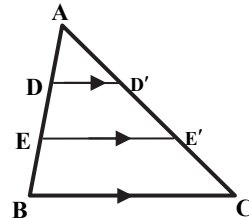
- ۲ (۱)
- ۴ (۲)
- ۵ (۳)
- ۱۱ (۴)

۴- در شکل روبه‌رو، اگر  $EF \parallel BC$ ، آن‌گاه با توجه به اندازه‌های روی شکل، مقادیر  $x$  و  $y$  به ترتیب کدام‌اند؟



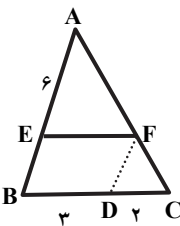
- ۱۲ و ۹ (۱)
- ۱۲ و ۴ (۲)
- ۹ و ۹ (۳)
- ۹ و ۴ (۴)

۵- در شکل روبه‌رو، اگر  $BC = ۸$ ،  $AD = DE = EB$  و  $DD' \parallel EE' \parallel BC$ ، آن‌گاه  $DD' + EE'$  برابر است با:

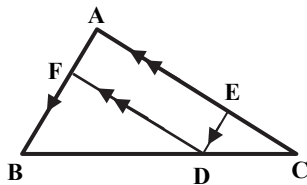


- ۶ (۱)
- ۹ (۲)
- ۸ (۳)
- ۱۲ (۴)

۶- در شکل روبه‌رو، با فرض متوازی‌الاضلاع بودن  $EFDB$  و با توجه به اندازه‌های روی شکل، طول  $BE$  کدام است؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

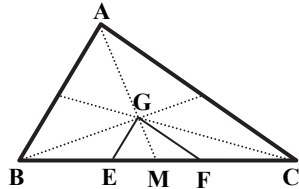


۷- اگر در شکل روبه‌رو  $\begin{cases} AF = 2 \\ BF = 4 \\ AE = 5 \end{cases}$  باشد، طول EC کدام است؟

- (۱) ۱/۵  
(۲) ۲/۵  
(۳) ۵  
(۴) ۳

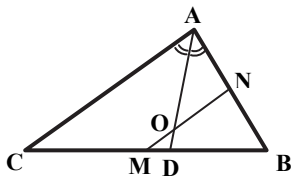
- (۱) ۱/۵  
(۲) ۲/۵  
(۳) ۳  
(۴) ۵

۸- از محل تلاقی میان‌های مثلث ABC دو خط موازی AB و AC رسم می‌کنیم تا ضلع BC را به ترتیب در E و F قطع کنند. نسبت  $\frac{EF}{BC}$  کدام است؟



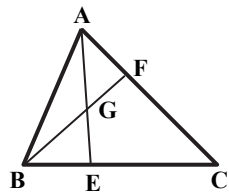
- (۱)  $\frac{2}{3}$   
(۲)  $\frac{1}{3}$   
(۳)  $\frac{1}{4}$   
(۴)  $\frac{1}{6}$

۹- در مثلث ABC، AD نیم‌ساز رأس A و نقطه‌ی M، وسط ضلع BC می‌باشد. اگر  $MN \parallel AC$  باشد، طول پاره‌خط MO کدام است؟



- (۱)  $\frac{AB+AC}{2}$   
(۲)  $AB - \frac{AC}{2}$   
(۳)  $AC - \frac{AB}{2}$   
(۴)  $\frac{AC-AB}{2}$

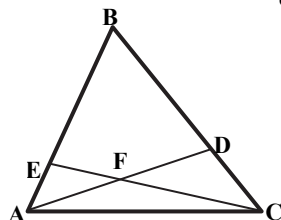
۱۰- در شکل روبه‌رو،  $AC = 3AF$  و G وسط BF است. در این صورت حاصل  $\frac{BE}{EC}$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{4}$   
(۲)  $\frac{1}{3}$   
(۳)  $\frac{2}{5}$   
(۴)  $\frac{3}{8}$

۱۱- در مثلث ABC، نقطه‌ی E را روی ضلع AB، چنان برمی‌گزینیم که  $EB = 3AE$  و نقطه‌ی D را روی ضلع BC، چنان انتخاب می‌کنیم که

$DB = 2CD$  باشد. خط‌های AD و CE در نقطه‌ی F متقاطع هستند. حاصل  $\frac{EF}{FC} + \frac{AF}{FD}$  برابر کدام گزینه است؟



- (۱)  $\frac{4}{5}$   
(۲)  $\frac{5}{4}$   
(۳)  $\frac{3}{2}$   
(۴) ۲

۱۲- تعداد ۹ خط موازی با قاعده‌ی مثلثی، ضلع‌های دیگر را به ۱۰ پاره‌خط مساوی و سطح آن را به ۱۰ بخش متمایز تقسیم می‌کند. اگر

مساحت بزرگ‌ترین این بخش‌ها ۳۸ باشد، مساحت مثلث اولی کدام است؟

۲۴۰ (۴)

۲۱۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۱۹۰ (۱)

۱۳- در ذوزنقه‌ی ABCD، با قاعده‌های  $AB = a$  و  $CD = 2a$  و M و N وسط‌های دو ساق هستند. نسبت مساحت ABNM به مساحت MNCD

کدام است؟

$\frac{3}{4}$  (۴)

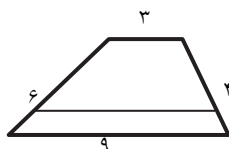
$\frac{5}{7}$  (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{3}{5}$  (۱)

۱۴- دو قاعده‌ی یک ذوزنقه برابر ۳ و ۹ و دو ساق آن، برابر ۴ و ۶ هستند. خطی موازی دو قاعده، آن را به دو ذوزنقه‌ی با محیط‌های مساوی

تقسیم می‌کند. دو ساق به چه نسبتی تقسیم می‌شوند؟



$\frac{3}{2}$  (۲)

۳ (۴)

$\frac{4}{3}$  (۱)

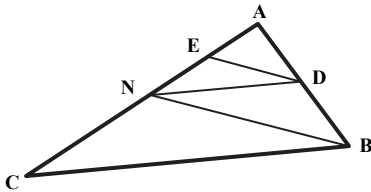
۴ (۳)

# آزمون دوم

۸ دقیقه

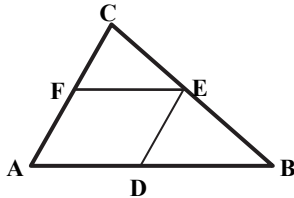


۱- اگر در شکل زیر،  $DN \parallel BC$  و  $DE \parallel BN$  و  $AE = 4$  و  $EN = 6$  باشد، اندازه‌ی  $AC$  کدام است؟



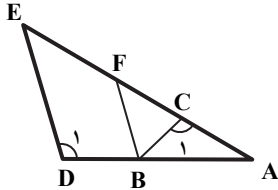
- ۱۸ (۱)
- ۲۰ (۲)
- ۲۴ (۳)
- ۲۵ (۴)

۲- در شکل روبه‌رو،  $ADEF$  لوزی است.  $AD$  کدام است؟



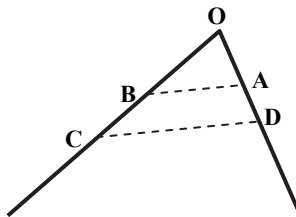
- ۲ (۱)
- ۲/۴ (۲)
- ۲/۵ (۳)
- ۳ (۴)

۳- اگر در شکل روبه‌رو،  $\hat{C}_1 = \hat{D}_1$  و  $BF \parallel DE$  و  $AC = BD = 2$  و  $AB = 3$  باشد، آن‌گاه  $\frac{BC}{BF}$  کدام است؟



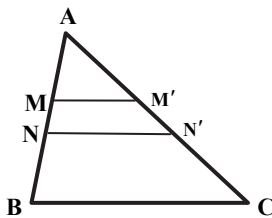
- ۲/۳ (۱)
- ۳/۲ (۲)
- ۳/۴ (۳)
- ۱ (۴)

۴- در شکل روبه‌رو،  $OB = 3AD = 2BC$  و  $AB$  موازی  $CD$  است. نسبت  $\frac{OA}{BC}$  کدام است؟



- ۳/۴ (۱)
- ۴/۳ (۲)
- ۳/۲ (۳)
- ۲/۳ (۴)

۵- در شکل مقابل، داریم  $\begin{cases} AM = NB = 2MN \\ AM' = N'C = 2M'N' \end{cases}$ . طول  $MM' + NN'$  برحسب  $BC$  کدام است؟

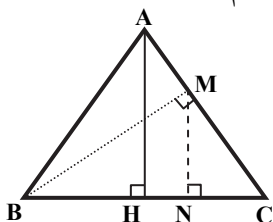


- $\frac{BC}{2}$  (۱)
- $BC$  (۲)
- $\frac{2BC}{3}$  (۳)
- $\frac{4BC}{5}$  (۴)

۶- اگر دو میله‌ی قائم ۲۰ و ۸۰ سانتی‌متری به فاصله‌ی ۱ متر از یک‌دیگر روی سطحی افقی نصب شده باشند، بلندی نقطه‌ی مشترک خط‌های وصل‌کننده بین نوک هر میله به پایه‌ی میله‌ی مقابل، چند سانتی‌متر است؟

- ۵۰ (۱)
- ۲۰ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۱۶ (۴)

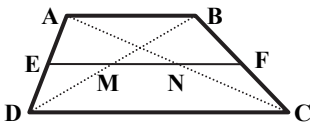
۷- در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  به رأس  $A$ ، طول ارتفاع نظیر قاعده، برابر ۳ و  $MN = 2$  است. طول پاره‌خط  $HN$  کدام است؟



- $2\sqrt{2}$  (۱)
- $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۲)
- $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)
- $3\sqrt{2}$  (۴)

۸ - خطی که وسط‌های دو ساق دوزنقه‌ای را به هم وصل می‌کند، آن را به دو دوزنقه تقسیم می‌کند که مساحت یکی، دو برابر مساحت دیگری است. نسبت قاعده‌ی بزرگ‌تر به قاعده‌ی کوچک‌تر کدام است؟

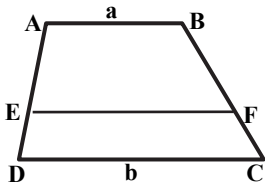
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



۹ - در دوزنقه‌ی روبه‌رو، E و F وسط دو ساق هستند. اندازه‌ی پاره‌خط MN کدام است؟

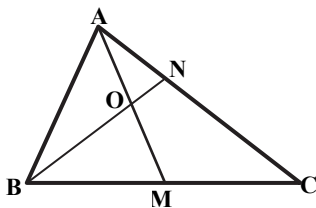
- (۱)  $\frac{CD+AB}{2}$  (۲)  $\frac{CD}{2}$  (۳)  $\frac{CD-AB}{2}$  (۴)  $\frac{AB}{2}$

۱۰ - نقطه‌های E و F روی ساق‌های دوزنقه‌ی ABCD به‌گونه‌ای قرار گرفته‌اند که  $\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC} = k$ . طول EF برحسب نسبت k و طول قاعده‌های



دوزنقه کدام است؟

- (۱)  $kb + (1+k)a$  (۲)  $(1+k)b + ka$  (۳)  $kb + (1-k)a$  (۴)  $(1-k)b + ka$



۱۱ - در شکل روبه‌رو، AM میانه و O در وسط AM قرار دارد. اگر  $AC = 18$  باشد، AN برابر است با:

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۹

۱۲ - در مثلث ABC اگر  $AB = 12$  و  $AC = 8$  باشد و از نقطه‌ی M، وسط ضلع BC، خطی موازی AB رسم کنیم تا نیم‌ساز داخلی زاویه‌ی A را در N قطع کند، آن‌گاه اندازه‌ی MN کدام است؟

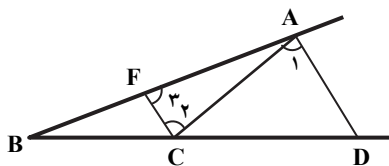
- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{3}{5}$  (۴) ۳

۱۳ - در دوزنقه‌ی ABCD قاعده‌ی DC، چهار برابر قاعده‌ی AB است. اگر پاره‌خط MN موازی دو قاعده و محدود به دو ساق باشد، به‌طوری‌که توسط قطرها به سه قسمت مساوی تقسیم شده باشد، در این صورت  $\frac{AM}{MD}$  کدام است؟ (M روی ساق AD و N روی ساق BC است.)

- (۱)  $\frac{1}{4}$  یا  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  یا  $\frac{1}{6}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  یا  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{2}$  یا  $\frac{1}{8}$

۱۶ دقیقه

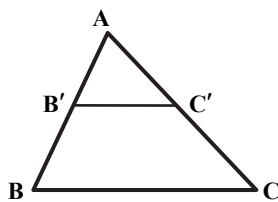
## آزمون سوم



۱ - در شکل روبه‌رو،  $\hat{1} = \hat{2} = \hat{3}$ . اگر  $AB = 15$  و  $AC = 6$  باشد،  $\frac{BD}{CD}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{3}$  (۲)  $\frac{5}{2}$  (۳) ۲ (۴) ۳

۲ - در شکل زیر،  $BC \parallel B'C'$ ،  $AB = 10$  cm و  $AB' = 3$  cm می‌باشد. در این صورت  $AC'$  چند برابر  $CC'$  است؟



- (۱)  $\frac{3}{10}$  (۲)  $\frac{4}{10}$  (۳)  $\frac{3}{7}$  (۴)  $\frac{7}{10}$

۳ - خط  $\Delta$ ، موازی ضلع BC، دو ضلع AB و AC را به ترتیب در E و F قطع می‌کند. اگر  $BC = 8$  و  $AE = 3EB$  باشد، اندازه‌ی EF کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{5}$  (۲) ۶ (۳)  $\frac{7}{5}$  (۴) ۹

۴ - در مثلث  $ABC$  داریم  $AB > AC$ . نیم‌ساز داخلی  $AD$  رسم می‌شود. از نقطه‌ی  $D$  خطی موازی  $AB$  رسم می‌کنیم تا  $AC$  را در  $E$  قطع کند. کدام تناسب نادرست است؟

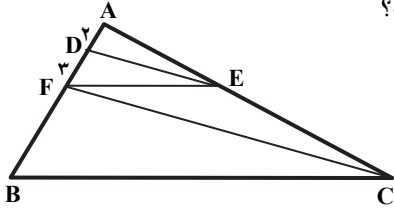
$\frac{CE}{AC} = \frac{AE}{AB}$  (۴)       $\frac{CE}{AE} = \frac{CD}{BD}$  (۳)       $\frac{CE}{ED} = \frac{CD}{BD}$  (۲)       $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{CD}$  (۱)

۵ - یک لوزی در مثلث  $ABC$  محاط شده است.  $A$  یک رأس لوزی و دو ضلع آن روی  $AB$  و  $AC$  قرار دارند. اگر  $AB = ۱۲$  و  $AC = ۶$  باشد، طول ضلع لوزی کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۵

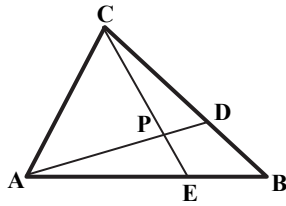
۶ - در شکل روبه‌رو،  $DF = ۳$  و  $AD = ۲$ ،  $EF \parallel BC$ ،  $DE \parallel FC$  می‌باشد. طول پاره‌خط  $AB$  کدام است؟

- (۱) ۵/۵  
(۲) ۶/۵  
(۳) ۱۲/۵  
(۴) ۸/۵



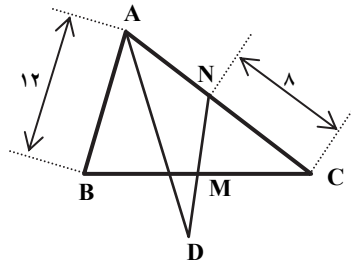
۷ - در مثلث  $ABC$  خط‌های  $AD$  و  $CE$  چنان رسم شده‌اند که  $\frac{CD}{DB} = ۳$  و  $\frac{AE}{EB} = \frac{۳}{۲}$ . اگر  $\frac{CP}{PE} = r$  که در آن  $P$  نقطه‌ی برخورد  $AD$  و  $CE$  باشد، کدام است  $r$ ؟

- (۱) ۳  
(۲) ۱/۵  
(۳) ۴  
(۴) ۵



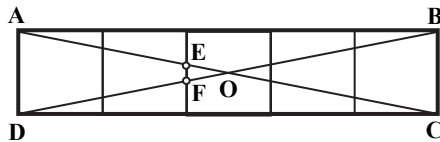
۸ - در شکل روبه‌رو،  $AD$  نیم‌ساز زاویه‌ی درونی  $A$  و نقطه‌های  $M$  و  $N$  به ترتیب وسط ضلع‌های  $BC$  و  $AC$  هستند. با توجه به اندازه‌های روی شکل، طول  $MD$  چه قدر است؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴



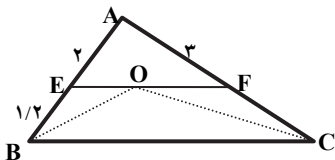
۹ - در شکل زیر، پنج مربع به ضلع ۳۰ در کنار هم قرار گرفته‌اند. اندازه‌ی پاره‌خط  $EF$  کدام است؟

- (۱) ۱۲  
(۲) ۶  
(۳) ۸  
(۴) ۱۰



۱۰ - در شکل زیر،  $BO$  و  $CO$  نیم‌ساز زاویه‌ها هستند و  $EF$  از  $O$  به موازات  $BC$  رسم شده است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، طول پاره‌خط  $EF$  کدام است؟

- (۱) ۲/۶  
(۲) ۲/۸  
(۳) ۳/۲  
(۴) ۳

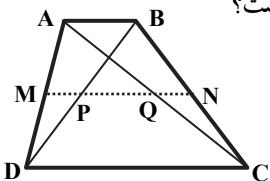


۱۱ - طول ساق دوزنقه‌ی متساوی‌الساقینی ۵ و طول پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق را به هم وصل می‌کند ۷ می‌باشد. محیط این دوزنقه چه قدر است؟

- (۱) ۳۶      (۲) ۲۴      (۳) ۴۶      (۴) داده‌ها کافی نیستند.

۱۲ - در دوزنقه‌ی  $ABCD$ ، نقطه‌های  $M$  و  $N$  به ترتیب وسط‌های دو ساق،  $AB = x$  و  $CD = ۳x$  هستند. اندازه‌ی  $PQ$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{x}{۲}$   
(۲)  $\frac{۴x}{۳}$   
(۳)  $x$   
(۴)  $\frac{۳x}{۴}$





۱۳ - در ذوزنقه‌ی  $ABCD$ ، اگر بین قاعده‌های آن رابطه‌ی  $CD = 2AB$  برقرار باشد، نسبت مساحت چهارضلعی که از به هم وصل کردن وسط‌های قطرها و وسط‌های قاعده‌ها ایجاد می‌شود به مساحت ذوزنقه کدام است؟

$$\frac{1}{9} \text{ (۱)} \quad \frac{1}{8} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{5} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{6} \text{ (۴)}$$

۱۴ - نقطه‌های  $E$  و  $F$  به ترتیب روی ساق‌های  $AD$  و  $BC$  از ذوزنقه‌ی  $ABCD$  چنان قرار دارند که  $\frac{DE}{AD} = \frac{FC}{BC} = \frac{1}{3}$ . اگر  $AB = ۸$  و  $DC = ۱۱$ ، اندازه‌ی

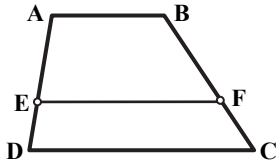
$EF$  کدام است؟

$$۸ \text{ (۱)}$$

$$۹ \text{ (۲)}$$

$$۹/۵ \text{ (۳)}$$

$$۱۰ \text{ (۴)}$$



الله‌اکبر! یعنی خداوند از سلطان محمود بزرگ‌تر است.

در ضرب‌المثل‌ها آمده است ...

سلطان محمود، به نگاهی، دل‌باخته‌ی زنی شده و چون می‌خواهد او را به همسری درآورد، باخبر می‌شود که آن زن را شوهری است نجار و به آیین مسلمانی، بر سلطان حرام است و چون جناب سلطان نمی‌تواند بر آتش شهوت خود آبی بریزد، پس به هوای سلطانی خویش و به مکر شیطانی وزیر، آخوند دربار را فرا می‌خواند تا مگر حیلتی شرعی کند و شهوت برخاسته را جامه‌ای از شرع بپوشد.

... و گویند: شوهر آن زن، نجاری بوده است زبردست و مشهور، پس وزیر دربار، نجار بخت‌برگشته را فرامی‌خواند که سلطان امر کرده است که تا روز دیگر از صد من جو، برایش صد گز چوب بتراشد و آخوند دربار فتوا می‌دهد که هر که از حکم حکومتی سر باز زند و به اوامر سلطانی سر نهد، خونش بر داروغه و شحنه حلال است!

نجار بخت‌برگشته، به خانه بازمی‌گردد و در اندیشه‌ی جان، ماجرا را به همسر خویش بازمی‌گوید که زنی بوده است پاک‌دامن، اندیشمند و صبور، پس شوهر را دل‌داری می‌دهد و دل‌قرص می‌کند که «مترس! خداوند از سلطان محمود بزرگ‌تر است.»

باری؛ دیگر روز، شب‌نم بر گل و الله‌اکبر بر گل‌دسته‌ها، ماموران سلطان محمود دق‌الباب می‌کنند و پیش از آن که مرد نجار خبردار شود و از ترس، قالب تهی کند، همسرش خبر می‌دهد که چه خوابیده‌ای نجار؟ برخیز و آبی به صورت زن و وضویی بساز و الله‌اکبری بگو و میخی بر تابوت ترس بکوب که سلطان محمود مرده است و مأموران آمده‌اند تا او را تابوتی بسازی ...

و از آن روز، هرگاه که مردمان ایران‌زمین، به تنگ بیایند و بخواهند تنگی زمانه را به دست باد بدهند و دل‌تنگی‌هایشان را به باد بسپارند و به گوش یار برسانند، رسم است که به خون جگر وضویی ساخته و بر سجاده‌ای از بام، بغضی می‌شکنند که: الله‌اکبر ...