

۶۷	فصل ۴ : مجموعه‌ها	۱	فصل ۱ : گراف
۶۸	آزمون ۱ : مفاهیم مجموعه‌ها	۲	آزمون ۱ : الفبای گراف
۷۱	آزمون ۲ : جبر مجموعه‌ها و حاصل ضرب دکارتی	۶	آزمون ۲ : گراف بازه‌ای، مسیر و دور و ...
۷۶	آزمون کلی	۱۰	آزمون ۳ : گراف‌های هم‌بند و ناهم‌بند، درخت و ...
۸۱	فصل ۵ : رابطه‌ها و ترکیبیات	۱۴	آزمون ۴ : ماتریس مجاورت و ...
۸۲	آزمون ۱ : رابطه‌ها و ویژگی‌های چهارگانه‌شان	۱۹	آزمون کلی
۸۵	آزمون ۲ : اصل شمول و عدم شمول و ...	۲۷	فصل ۲ : استدلال ریاضی
۸۸	آزمون کلی	۲۸	آزمون ۱ : استدلال‌ها و استقرا و درک شهودی
۹۵	فصل ۶ : آنالیز ترکیبی	۳۳	آزمون ۲ : اصل لانه‌ی کبوتری
۱۰۵	فصل ۷ : احتمال	۳۸	آزمون کلی
۱۰۶	آزمون ۱ : احتمال ساده	۴۳	فصل ۳ : نظریه‌ی اعداد
۱۱۱	آزمون ۲ : پیش‌آمدهای ناسازگار و مستقل و ...	۴۴	آزمون ۱ : بخش‌پذیری
۱۱۴	آزمون ۳ : احتمال پیوسته	۴۷	آزمون ۲ : تعداد مقسوم‌علیه‌های یک عدد و ...
۱۱۸	آزمون ۴ : احتمال شرطی	۵۰	بخش ۳ : قضیه‌ی تقسیم و مربع کامل
۱۲۷	آزمون کلی	۵۲	آزمون ۴ : مبنا و نمایش اعداد صحیح و ...
۱۳۳	فصل ۸ : آزمون‌های جامع	۵۵	آزمون ۵ : ب‌م‌م و ک‌م‌م
		۵۷	آزمون ۶ : هم‌نهستی و ...
		۶۰	آزمون کلی

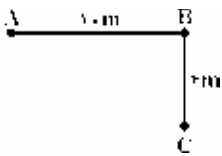
۱ - در آزمایش انتخاب دو عدد حقیقی از بازه  $[0, 4]$  پیش آمد آن که هر دو عدد بزرگتر از یک باشند، چه درصدی از فضای نمونه‌ای را اشغال می‌کند؟

- (۱)  $0/3125$  (۲)  $0/4375$  (۳)  $0/5625$  (۴)  $0/6875$

۲ - سه دایره‌ی هم‌مرکز به شعاع‌های ۱ و ۲ و ۳ در نظر بگیرید. نقطه‌ای به تصادف داخل دایره‌ی بزرگتر انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که این نقطه داخل دایره به شعاع ۲ و خارج دایره به شعاع ۱ قرار گرفته باشد، چه قدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{9}$  (۳)  $\frac{\pi}{9}$  (۴)  $\frac{2\pi}{9}$

۳ - یک حلزون بر روی یک تکه چوب  $L$  مانند مطابق شکل روبه‌رو در حال حرکت است. احتمال آن که فاصله‌ی این حلزون از هر کدام از نقاط  $A$ ،  $B$  و  $C$  بیش‌تر از یک متر باشد کدام است؟

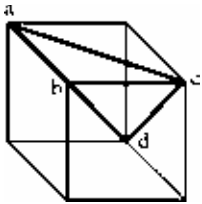


- (۱)  $\frac{4}{5}$  (۲)  $\frac{5}{7}$  (۳)  $\frac{11}{14}$  (۴)  $\frac{12}{14}$

۴ - در دایره‌ای به شعاع ۲ طول وتر  $AB$  برابر ۳ است. یک نقطه داخل دایره به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که این نقطه روی عمودمنصف وتر  $AB$  قرار داشته باشد کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{4\pi}$  (۳)  $\frac{1}{8\pi}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

۵ - نقطه‌ای به تصادف داخل مکعب روبه‌رو در نظر بگیرید. احتمال این که، این نقطه داخل چهاروجهی‌ای که رئوس آن  $a$ ،  $b$ ،  $c$  و  $d$  است قرار می‌گیرد چه قدر است؟



- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

۶ - اگر  $0 \leq x \leq 2$ ،  $0 \leq y \leq 5$  و  $x, y \in \mathbb{R}$  باشد، احتمال آن که  $y - x \geq 1$  باشد کدام است؟

- (۱)  $0/45$  (۲)  $0/5$  (۳)  $0/55$  (۴)  $0/6$

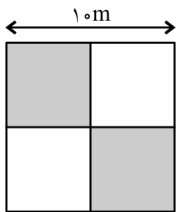
۷ - دو زاویه‌ی حاده‌ی  $A$  و  $B$  را در نظر بگیرید. به چه احتمالی مجموع این دو زاویه بیش از  $120^\circ$  است؟

- (۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{2}{9}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۸ - اتوبوسی در ساعت‌های  $2:15'$ ،  $2:30'$  و  $2:45'$  به ایستگاه می‌رسد. فردی بین  $2:10'$  و  $2:45'$  به ایستگاه می‌رسد. به چه احتمالی او کم‌تر از ۱۰ دقیقه معطل می‌ماند؟

- (۱)  $\frac{3}{5}$  (۲)  $\frac{4}{5}$  (۳)  $\frac{5}{6}$  (۴)  $\frac{6}{7}$

۹ - سکه‌ای به شعاع ۲ را طوری روی صفحه‌ی شطرنجی روبه‌رو پرتاب می‌کنیم که مرکز سکه داخل صفحه بیفتد. به چه احتمالی کل سکه داخل مربع‌های سفید می‌افتد؟



$$\frac{2}{100} \quad (1)$$

$$\frac{4}{100} \quad (2)$$

$$\frac{8}{100} \quad (3)$$

$$\frac{18}{100} \quad (4)$$

۱۰ - بابک قرار است بین ساعت ۱۲ تا ۲ و رضا قرار است بین ساعت ۱ تا ۴ در انتشارات حاضر شوند. به چه احتمالی رضا زودتر از بابک به انتشارات می‌رسد؟

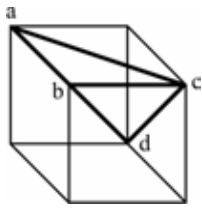
$$\frac{1}{12} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

$$\frac{3}{12} \quad (2)$$

$$\frac{3}{6} \quad (1)$$

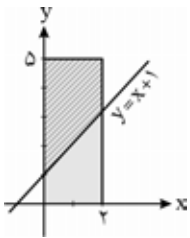
## پاسخ‌های بخش ۳



۵ - گزینه‌ی ۳ فضای نمونه‌ای حجم مکعب است. اگر طول مکعب را برابر 1 فرض کنیم حجم چهاروجهی داده شده را برحسب 1 محاسبه می‌کنیم.

حجم چهاروجهی برابر است با  $\frac{1}{3}$  مساحت قاعده در ارتفاع. قاعده که مثلث abc است که با توجه به این‌که طول ضلع آن 1 است، مساحت برابر  $\frac{1}{2}$  می‌شود. ارتفاع هم که برابر 1 است. بنابراین:

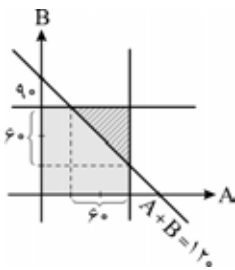
$$\left. \begin{aligned} V_{\text{مکعب}} &= 1^3 \\ V_{\text{چهاروجهی}} &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \frac{1}{6}$$



۶ - گزینه‌ی ۴ می‌دانیم  $0 \leq x \leq 2$  و  $0 \leq y \leq 5$  فضای نمونه‌ای مساحت مستطیل به‌وجودآمده و پیش‌آمد موردنظر قسمت‌هایی از این مستطیل است که بالای خط  $y = x + 1$  است. چیه سومی؟! منتظری الان بگی: «قسمت‌های هاشورخورده»؟ آره قسمت‌های هاشورخورده!

$$P = \frac{(2+4) \times 2}{2 \times 5} = 0/6$$

داریم:



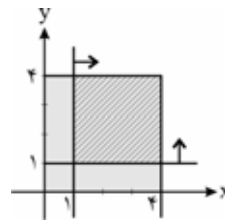
۷ - گزینه‌ی ۲ زاویه‌ی A را روی محور افقی و زاویه‌ی B را روی محور عمودی در نظر می‌گیریم. زاویه‌ها حاده‌اند، پس:

$$0 < A < 90, \quad 0 < B < 90$$

فضای نمونه‌ای مساحت مربع به‌وجودآمده است. اما اگر بخواهیم  $A + B > 120$  باشد باید مساحت نقاط بالای خط  $A + B = 120$  را پیدا کنیم.

$$P = \frac{60 \times 60}{90 \times 90} = \frac{2}{9}$$

داریم:



۱ - گزینه‌ی ۳ دو عدد را x و y می‌نامیم. می‌دانیم  $0 \leq x \leq 4$  و  $0 \leq y \leq 4$  است. بنابراین فضای نمونه‌ای مساحت مربعی به ضلع ۴ است. اگر بخواهیم هر دو عدد بزرگ‌تر از ۱ باشند باید  $x > 1$  و  $y > 1$  باشد. خط‌های  $x = 1$  و  $y = 1$  را رسم می‌کنیم و سمت راست و بالای آن را در نظر می‌گیریم.

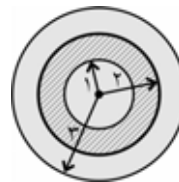
$$P = \frac{9}{16} = 0/5625$$

(سومی؛ قسمت هاشورفورده) داریم:

(سومی؛ این سؤال را با احتمال مستقل هم می‌شود جواب داد اما احتمال آن‌که هر یک از عدد‌ها، مستقل از دیگری، عضو بازه‌ی  $[0, 1]$  نباشند  $\frac{3}{4}$  است بنابراین:

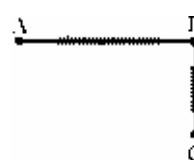
$$P = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$$

هر بوری که حس بهتری دارید جواب بدهید!



۲ - گزینه‌ی ۱ با توجه به صورت سؤال درمی‌یابیم فضای نمونه‌ای مساحت دایره به شعاع ۳ و پیش‌آمد موردنظر قسمت هاشورخورده است.

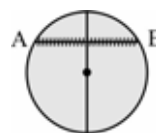
$$P = \frac{\pi \times (2)^2 - \pi}{\pi \times (3)^2} = \frac{3\pi}{9\pi} = \frac{1}{3}$$



۳ - گزینه‌ی ۲ چه سؤال خوبی! (سومی؛ چوب دوست داری؟) فضای نمونه‌ای طول چوب و پیش‌آمد موردنظر طول قسمت‌هایی از چوب است که از نقاط A و B و C بیش از یک متر فاصله دارند. (سومی؛ قسمت‌های هاشورفورده)

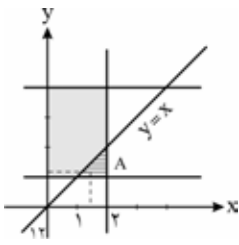
$$P = \frac{8+2}{10+4} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

پس داریم:



۴ - گزینه‌ی ۱ نظرتان چیست که فضای نمونه‌ای از جنس سطح و پیش‌آمد موردنظر از جنس طول است؟ (سومی؛ منظور من این‌که فضای

نمونه‌ای مساحت دایره و پیش‌آمد موردنظر طول عمودمتنف است.) پس احتمال خواسته شده برابر صفر است.

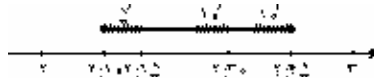


۱۰ - گزینه‌ی ۴ بابک بین ۱۲ تا ۲ و رضا بین ۱ تا ۴ می‌رسد زمان رسیدن بابک را  $x$  و زمان رسیدن رضا را  $y$  فرض می‌کنیم. فضای نمونه‌ای مساحت مستطیل به وجود آمده است. (سومی؛ برای توضیح بیش‌تر بد نیست بگوییم مثلاً نقطه‌ی  $A$  در این فضای نمونه‌ای معنایش آن است که بابک  $۱:۲۰'$  و رضا

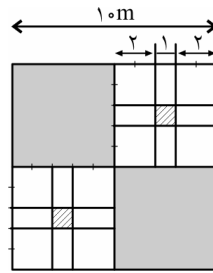
$۱:۰۵'$  دقیقه رسیده‌اند.) پیش‌آمد موردنظر زمانی است که  $y < x$  باشد (سومی؛ زیرا می‌فواهیم رضا زودتر برسد) بنابراین باید قسمتی از فضای نمونه‌ای که زیر خط  $y = x$  (سومی؛ قسمت هاشورخورده) است در نظر بگیریم. داریم:

$$P = \frac{\frac{1}{2}}{6} = \frac{1}{12}$$

۸ - گزینه‌ی ۳ فضای نمونه‌ای این مسئله، زمان رسیدن این آدم به ایستگاه اتوبوس است؛ یعنی بین  $۲:۱۰'$  و  $۲:۴۵'$ . کل این فضا را روی محور می‌بینید. آن قسمت‌هایی که هاشورخورده است، زمان‌هایی را نشان می‌دهد که این آدم کم‌تر از  $۱۰$  دقیقه معطل می‌ماند.



$$\Rightarrow P = \frac{5+10+10}{35} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$$



۹ - گزینه‌ی ۱ فضای نمونه‌ای، مساحت کل صفحه‌ی شطرنجی است. اما اگر بخواهیم کل سکه داخل قسمت‌های سفید بیفتد، با توجه به این‌که شعاع سکه برابر ۲ است، باید مرکز سکه از هر کدام از اضلاع مربع‌های سفید اقلاباً به اندازه‌ی ۲ واحد فاصله داشته باشد (سومی؛ یعنی لااقل قسمت‌های

$$P = \frac{2}{100} \quad \text{هاشورخورده باشد!} \quad \text{بنابراین:}$$

## بابک کتاب

آپتون سینکلر، زیگموند فروید، و ارنست همینگوی چند نام از میان آن‌ها بودند.

هر چند گوبلز مستقیماً در این آتش‌بازی دخالت نداشت، کارش تنها ستودن دانش‌جویان مسبب این کار بود. او می‌گفت: «روح مردم آلمان دوباره می‌تواند ابراز وجود کند. این شعله‌ها نه تنها نمایانگر پایان قطعی یک عصر کهنه‌اند، بلکه عصر جدیدی را نیز نوید می‌دهند.»

ممکن است این سوال پیش آید که پس چه کتاب‌هایی مورد قبول گوبلز و همکارانش بودند. کتابی که در دوره‌ی امپراتوری هیتلر بیش از همه ترویج می‌شد «نبرد من» بود، خاطرات خشم‌گینانه‌ای که هیتلر در سال ۱۹۲۳ در زندان نوشته بود. به فرمان مخصوص هیتلر، هر خانه می‌بایست دست‌کم یک نسخه از آن را داشته باشد. زوجی که تقاضای گواهی ازدواج می‌کردند می‌بایست برای آن‌که ازدواجشان از طرف دولت قانونی شناخته شود این کتاب را می‌خریدند. تعجبی ندارد که بازار فروش کتاب گرم شد و هیتلر را میلیونر ساخت.

امپراتوری هیتلر / گیل بی استوارت

نقاشان تنها هنرمندانی نبودند که کارشان در امپراتوری هیتلر با سخت‌گیری و خشونت مورد قضاوت قرار می‌گرفت. حتی پیش از آن‌که اتاق دستگاه فرهنگی رسماً برپا شود، هزاران دانش‌جو در برلین گرد آمدند و به نوشته‌ی ویلیام شایرر صحنه‌ای را به وجود آوردند که «از زمان قرون وسطای پسین در جهان غرب دیده نشده بود.» در یک آتش‌بازی عظیم، بیست هزار جلد کتاب سوزانده شد.

دانش‌جویان، که تحت تأثیر تبلیغات نازی درباره‌ی «دشمنان مردم آلمان» به هیجان آمده بودند، از فهرست کتاب‌هایی که مخرب تلقی می‌شد پیروی می‌کردند. بدین ترتیب این کتاب‌ها را از کتاب‌خانه‌ها (چه عمومی و چه خصوصی) در سرتاسر برلین بیرون کشیدند و به آتش سپردند.

اگر کتابی مروج دموکراسی یا آزادی، صلح، یا رواداری دینی بود مخرب به حساب می‌آمد. همه‌ی کتاب‌های مؤلفان یهودی نیز نامناسب برای مردم آلمان تلقی می‌شد. فهرست مؤلفانی که آثارشان آن شب سوزانده شد شبیه فهرست‌های توصیه شده برای مطالعه‌ی اکثر دبیرستان‌ها یا کالج‌های امروزی است.

کتاب‌های اندیشمندان بزرگ آلمانی نظیر توماس مان و آلبرت اینشتین سوزانده شد. اما فراوان بودند مؤلفان دیگری که آثار آن‌ها نیز خطرناک تلقی می‌شد - هلن کلر، اچ. جی. ولز، جک لندن،